

See discussions, stats, and author profiles for this publication at:
<https://www.researchgate.net/publication/312027816>

Instructional support system for teaching number sense

Article *in* Revista de Educacion · January 2017

DOI: 10.4438/1988-592X-RE-2016-375-333

CITATIONS

0

READS

27

3 authors, including:



Jose I. Navarro

Universidad de Cádiz

146 PUBLICATIONS 397 CITATIONS

[SEE PROFILE](#)



Manuel Aguilar

Universidad de Cádiz

82 PUBLICATIONS 209 CITATIONS

[SEE PROFILE](#)

Some of the authors of this publication are also working on these related projects:



DEVELOPMENT OF EARLY MATHEMATICAL COGNITION USING APP. AN EMPIRICAL STUDY [View project](#)



Fondecyt Regular N°1140457 y FONDECYT N° 1130519, ambos financiado por CONICYT, Gobierno de Chile [View project](#)

All content following this page was uploaded by [Estíbaliz Aragón Mendizábal](#) on 02 January 2017.

The user has requested enhancement of the downloaded file.

Sistema instruccional de apoyo a la enseñanza del sentido numérico

Instructional support system for teaching number sense

Estibaliz Aragón Mendizábal
Manuel Aguilar Villagrán
José Ignacio Navarro Guzmán



IV CENTENARIO
DE LA MUERTE DE
CERVANTES



GOBIERNO
DE ESPAÑA

MINISTERIO
DE EDUCACIÓN, CULTURA
Y DEPORTE



Calidad de Revistas
Científicas Españolas
FECYT | acreditado por el Ministerio de Educación | 2013

Sistema instruccional de apoyo a la enseñanza del sentido numérico¹

Instructional support system for teaching number sense

DOI: 10.4438/1988-592X-RE-2016-375-333

Estíbaliz Aragón Mendizábal
Manuel Aguilar Villagrán
José Ignacio Navarro Guzmán
Universidad de Cádiz

Resumen

El sentido numérico es considerado como un fuerte predictor del rendimiento matemático en la escuela formal. El presente trabajo plantea el perfeccionamiento de las habilidades matemáticas tempranas mediante el uso de la enseñanza asistida por ordenador. Se utilizó un diseño experimental, con grupo control y medidas pre- y pos-intervención para estudiar la eficacia de la intervención en una muestra de 48 alumnos de educación infantil, y las diferencias existentes en las habilidades relacionales y numéricas tras la implementación del programa computerizado. Del total de la muestra 21 alumnos fueron niños y 27 niñas, cuyas edades oscilaban entre los 4.91 y los 5.91 años. Se emplearon análisis descriptivo, discriminante y contrastes de hipótesis como técnicas de análisis de los datos. Los alumnos pertenecían a cuatro centros educativos, dos de ellos públicos y dos concertados. Los centros estaban situados en zonas urbanas de clase media en poblaciones de unos 100.000 habitantes. Se rechazó la hipótesis de igualdad entre los grupos (Λ de Wilks = 0.468; $X^2 = 31.46$; $p < 0.001$), pudiendo concluir que la diferencia entre el grupo experimental y control era estadísticamente significativa. Asimismo, el análisis discriminante confirmó que el 83.3% de los alumnos fueron clasificados correctamente en su grupo. Se muestran diferencias

⁽¹⁾ Trabajo financiado con los proyectos EDU2011-22747 y PSI2015-63856-P (MINECO/FEDER), y P09-HUM7918 del PAIDI.

significativas en los resultados de clasificación ($p < .001$), correspondencia ($p < .001$), conteo estructurado ($p < .001$) y resultante ($p < .001$) entre los grupos experimental y control, avaladas por el tamaño del efecto. Los resultados obtenidos apoyan la eficacia de la intervención e indican las habilidades que se ven favorecidas en mayor medida por el entrenamiento: clasificaciones y correspondencia en el ámbito relacional, y conteo estructurado y resultante en el ámbito numérico. Se discuten las implicaciones educativas y las futuras líneas de actuación.

Palabras clave: habilidades matemáticas, programa de recuperación, educación infantil, aritmética, enseñanza asistida por ordenador, logro matemático.

Abstract

Number sense is regarded as a strong predictor of mathematics achievement at formal school. This paper describes the improvement of early math skills using computer-assisted instruction and the effectiveness of an intervention program. An experimental design with control and experimental groups, and pre- and post-intervention measurement was used. Participants were 48 preschool students (aged from 4.91 to 5.91; 21 were males and 27 were female), whose relational and numeracy skills were assessed before and after training. Differences between groups were analyzed. Participants were students from four schools (two public and two private). Schools were in middle-class neighborhood, in 100.000 inhabitants towns. Descriptive analysis, discriminant analysis and hypothesis test were calculated. Null hypothesis of equality between groups was rejected (Wilks' $\Lambda = .468$; $X^2 = 31.46$; $p < .001$). Therefore, the difference between the experimental and control groups was statistically significant. Also, discriminant analysis indicated that 83.3% of students were classified correctly in their group. Significant differences between control and experimental group in classifications ($p < .001$), correspondence ($p < .001$), counting structured ($p < .001$) and resulting ($p < .001$) skills, were found. Results supported the effectiveness of the intervention program, and indicated math skills that were significantly improved by training: classifications and correspondence as relational skills, and counting structured and resulting as numerical skills. Educational implications and future lines of action are discussed.

Keywords: mathematics skills, remedial programs, preschool education, numeracy, computer-assisted instruction, mathematical achievement.

Introducción

Las habilidades matemáticas tempranas, generalmente agrupadas bajo el constructo “sentido numérico” (Berch, 1998; Hannula, Lepola y Lehtinen, 2010), se desarrollan de manera previa a las destrezas matemáticas formales, constituyendo un pilar sobre el que se asienta el conocimiento matemático más complejo. Un ejemplo de ello es la existencia de un sentido numérico preverbal que hace referencia a aspectos como la subitización (Le Corre, Van de Walle, Brannon y Carey, 2006) y que precede al conteo, o el desarrollo de una representación aproximada de la magnitud, que surge antes que las representaciones numéricas (Lipton y Spelke, 2005). Desde edades tempranas, el sentido numérico permite a los pequeños reconocer diferencias entre cantidades y hacer juicios de cantidad, permitiéndoles no sólo afrontar exitosamente las demandas escolares, sino también resolver situaciones de la vida cotidiana.

A pesar de la importancia de este concepto y su trascendencia, en la actualidad no existe un acuerdo generalizado sobre la conceptualización y operacionalización del sentido numérico (Gersten, Jordan y Flojo, 2005). Los investigadores coinciden en que implica un conjunto de habilidades relacionadas con el conocimiento de los números y las operaciones en el periodo de 3 a 6 años. Este periodo de desarrollo se alza, por tanto, como una etapa clave en la adquisición de aquellas destrezas que se identifican como predictoras del rendimiento escolar. Estos predictores del rendimiento escolar se pueden diferenciar en dos categorías: generales y específicos (Passolunghi y Lanfranchi, 2012). Por un lado, los predictores de dominio general aluden a las habilidades cognitivas generales que predicen el rendimiento en diversas materias escolares, no en un sólo campo concreto. Como ejemplos se pueden mencionar la memoria a corto plazo, la memoria de trabajo o la inteligencia general (Aragón, Navarro, Aguilar y Cerda, 2015).

Por otro lado, se emplea el término de predictores específicos para referirse a aquellas habilidades que son capaces de pronosticar el desempeño posterior en un área particular del conocimiento escolar. Ejemplos de este tipo de predictores son la conciencia fonológica como predictor de la competencia lectora, y aquellas destrezas relacionadas con la adquisición del sentido numérico y el conteo, que son determinantes en el desarrollo de las habilidades matemáticas (De Smedt, Verschaffel y Ghesquiere, 2009).

La adquisición de este sentido del número se realiza a través de un proceso gradual, pudiéndose distinguir cuatro etapas claramente diferenciadas (Von Aster y Shalev 2007): en primer lugar, el niño alcanza la representación no simbólica. En segundo lugar, la representación no simbólica da paso a la representación simbólica de la cantidad. En tercer lugar, se adquiere la representación simbólica verbal a través del código arábigo y, finalmente, se integran los tres componentes previos en una línea numérica mental. Es decir, cuando se asume que los números que aparecen más tarde en una secuencia de conteo tienen mayor cantidad que aquellos que aparecen antes. Por tanto, a los 6 años de edad, una vez alcanzada la cuarta etapa de desarrollo del sentido numérico, la mayoría de los niños incorporan nociones de cantidad y esquemas de conteo dentro de la mencionada línea numérica mental (Siegler y Booth, 2004).

Esta representación lineal de la magnitud numérica es clave en el desarrollo de las destrezas, ya que favorece el aprendizaje del valor posicional de los números y la elaboración de cálculos mentales. En consecuencia, el sentido numérico se alza como un fuerte predictor de logros en matemáticas en los primeros años escolares ([Duncan et al. 2007](#); Jordan, Kaplan, Locuniak, y Ramineni, 2007; Jordan, Kaplan, Ramineni y Locuniak, 2009).

Por el contrario, los problemas surgidos en las distintas etapas del desarrollo del sentido numérico identificadas por Von Aster y Shalev (2007), pueden explicar la aparición de dificultades de aprendizaje en las matemáticas (Mazzocco, Feigenson y Halberda, 2011; Van Viersen, Slot, Kroesbergen, Van't Noordende y Leseman, 2013). El déficit en el sentido numérico obstaculizaría la instrucción formal en matemáticas (Baroody y Rosu, 2006), pudiendo considerarse como un factor determinante en la aparición de la discalculia (Butterworth, 2010; Piazza et al, 2010) y explicar la variación del rendimiento en la disciplina en los primeros cursos de educación primaria (Xenidou-Dervou, De Smedt, Van der Schoot, y Van Lieshout, 2013). Es, por tanto, crucial prestar atención a los aspectos de tipo numérico, objeto de interés en los primeros años escolares, así como a los procesos previos, que siguiendo los postulados de Piaget y Szeminska (1941), contribuyen a la construcción del concepto de número. En consecuencia, para afrontar exitosamente las exigencias de la escuela formal es necesario adquirir y coordinar, de manera previa, las habilidades lógicas relacionales.

Prevenir la aparición de dificultades de aprendizaje de las matemáticas (DAM), insistiendo en la enseñanza de las habilidades matemáticas tempranas es un objetivo a seguir. Esta meta se puede alcanzar a través de programas de entrenamiento que contribuyan al progreso del alumno, y adquirir no sólo logros de tipo académico, sino también estrategias para hacer frente a las demandas del mundo social en que el estudiante se encuentra inmerso. Existen una amplia gama de herramientas y métodos de enseñanza que pueden servir de utilidad para alcanzar los fines propuestos, entre ellos la enseñanza asistida por ordenador (EAO). La investigación avala el papel de la EAO como instrumento mediador en el perfeccionamiento de las capacidades de orden superior (Ayvaci y Devecioglu, 2010; [Döst, Saglam y Altay, 2011](#); [Halpern, et al., 2012](#)), esenciales para alcanzar una competencia eficaz en las distintas materias escolares. Asimismo, encontramos numerosos trabajos que desde hace más de una década avalan la utilidad de este método de enseñanza en habilidades escolares específicas, como son las matemáticas (Clements y Sarama, 2007, 2008, [2011](#); [Griffin, 2004](#); Sarama, Clements, Starkey, Klein y Wakeley, 2008).

Con la finalidad de estudiar la eficacia de la intervención, se plantearon los siguientes objetivos: En primer lugar, analizar las diferencias existentes entre las puntuaciones del grupo control y experimental tras el proceso de intervención, tanto en las tareas matemáticas de tipo relacional y numérico, como en la totalidad del test que evalúa las habilidades matemáticas tempranas. Asimismo, se planteó el estudio pormenorizado de los distintos grupos de tareas que componen los subtests de actividades matemáticas. Por un lado, se analizaron las diferencias encontradas en las tareas de tipo relacional: comparaciones, clasificaciones, correspondencia y seriación. Por otro, se estudiaron las diferencias halladas en los distintos grupos de tareas de carácter numérico: conteo verbal, estructurado, resultante, conocimiento general de los números y estimación.

Método

Se utilizó un diseño experimental, con grupo control y medidas pre- y pos-intervención. Se empleó el paquete estadístico SPSS versión 22 para el análisis de los datos. Con dicho software se calcularon los estadísticos

descriptivos de la muestra, y se llevó a cabo un análisis inferencial mediante la prueba *U* Mann Whitney para dos muestras independientes, así como un análisis de tipo discriminante. El diseño de la investigación contempló los permisos y las recomendaciones éticas que requiere dicho tipo de estudios, se contó con el permiso de padres, madres y tutores, así como del profesorado y equipo directivo de los colegios participantes. Una vez finalizada la intervención se asesoró a los profesionales encargados de todos los grupos participantes en el estudio, para la mejora del rendimiento de los alumnos, facilitándoles el material empleado en el trabajo con el fin de mejorar las habilidades del alumnado una vez finalizada la investigación.

Muestra

La muestra de estudiantes pertenecía a cuatro centros escolares situados en la provincia de Cádiz. Dos de los centros eran de carácter concertado y dos públicos, con un nivel socio-económico correspondientes a los estándares de la clase media. Los participantes fueron un total de 48 alumnos pertenecientes a último curso de Educación Infantil, cuyas edades oscilaban entre los 4.91 y los 5.91 años, contando con una media de 5,4 años y una desviación típica de .29 . Del total de la muestra, 27 participantes fueron niñas, cuyas edades oscilaron entre los 4.91 y los 5.83 años ($M = 5.37$; $DT = .27$). Los participantes varones fueron 21, cuyas edades oscilaron entre 4.91 y 5.91 años ($M = 5.43$; $DT = .32$). De la muestra se excluyeron aquellos alumnos que con base a los informes del equipo de orientación presentaban necesidades educativas especiales asociadas a déficit intelectual y/o problemas sensoriales, con el fin de evitar sesgos que afectasen a los resultados de la investigación

Instrumentos

Para evaluar las habilidades matemáticas del alumnado participante en la investigación se administró el Early Numeracy Test-R (Van Luit y Van de Rijt, 2009) en su versión computerizada y estandarizada al castellano (Van Luit et al., 2015). Con base en los resultados obtenidos se seleccionó la muestra de alumnos que participó en las sesiones de entrenamiento para el

desarrollo de las habilidades matemáticas tempranas denominado “Jugando con Números 2 (Navarro, Ruiz, Alcalde, Aguilar, y Marchena, 2007).

Jugando con Números 2

El software “Jugando con Números 2” (Navarro et al., 2007) es un programa de entrenamiento destinado al aprendizaje, desarrollo y refuerzo de las habilidades de pensamiento matemático. Su objetivo es contribuir al desarrollo lógico-matemático del estudiante, de forma atractiva y motivadora, mediante el uso del ordenador como mediador de aprendizaje. Específicamente, las aplicaciones informáticas que constituyen el programa “Jugando con Números 2” se llevaron a cabo mediante el software de autor Flash Professional de Adobe, que emplea archivos estándares de internet (SWF) y gráficos vectoriales dejando abierta la posibilidad de poder reproducir las distintas aplicaciones a diversa escala sin pérdida de calidad gráfica.

El software está constituido por distintos tipos de actividades que contribuyen al desarrollo del sentido numérico. Este programa de entrenamiento computarizado ofrece al alumno tareas que contribuyen al aprendizaje de conceptos relacionados con determinadas destrezas básicas como son: seriación, comparación, clasificación, problemas aritméticos simples, reparto, discriminación del tamaño, y una serie de actividades dirigidas al dominio de la línea numérica. “Jugando con números 2” está destinado a alumnos del primer ciclo de Primaria, aunque al presentar distintos niveles de dificultad presenta la posibilidad de emplearse con estudiantes de menor edad, o alumnos que presenten necesidades educativas especiales.

Early Numeracy Test (ENT-R)

Una versión computarizada del Early Numeracy Test Revisado (ENT-R) fue empleada en la presente investigación, estandarizada con población española (Van Luit et al., 2015). La herramienta original fue desarrollada por Van Luit y Van de Rijt, (2009) con la finalidad de evaluar el conocimiento numérico temprano, y detectar el alumnado con riesgo de DAM. Este instrumento es especialmente útil en la transición de

Educación Infantil a Primaria, con el fin de determinar qué alumnos requieren de apoyo para hacer frente a los nuevos aprendizajes matemáticos, propiciando la aplicación de una intervención temprana que subsane estos déficits.

La prueba evalúa conceptos de comparación, clasificación, correspondencia uno a uno, seriación, conteo verbal, conteo estructurado, conteo (sin señalar), conocimiento general de los números y estimación. Está dirigida a estudiantes entre 4 y 7 años, y dispone de tres versiones paralelas de 45 ítems cada una. El tiempo promedio de aplicación se sitúa alrededor de 30 minutos y el modo de administración es individual. Como índice de fiabilidad, su alfa de Cronbach se sitúa en .92.

Procedimiento

Una vez seleccionada la muestra de estudiantes y tras la obtención de la autorización por parte de los padres para participar en la investigación, se llevó a cabo una sesión individual de evaluación al inicio del curso escolar. En esta primera fase de evaluación se aplicó la prueba ENT-R (versión A) para valorar las habilidades matemáticas tempranas. Las sesiones oscilaban entre 30 y 35 minutos de duración.

La segunda fase del estudio se centró en la aplicación del programa de intervención computerizado “Jugando con Números 2” durante los meses de febrero, marzo y abril. Se emplearon 30 sesiones de intervención, con una duración de entre 30 y 45 minutos, y supervisadas por dos psicólogos especializados. En cada sesión participaban 6 alumnos que trabajaban individualmente con un ordenador, resolviendo las distintas actividades que se planteaban cada día. Estas sesiones de trabajo se implementaban con una frecuencia de tres veces por semana.

Finalmente, se procedió a realizar la evaluación posttest mediante la versión B del test ENT-R con la finalidad de constatar la eficacia de la intervención.

Resultados

Se empleó la prueba no paramétrica para muestras independientes antes y después de la intervención U de Mann Whitney, con la finalidad de

comprobar la existencia o no de diferencias significativas entre los grupos control y experimental antes y después de la intervención.

TABLA I. Resultados de la prueba de U Mann Whitney para dos muestras independientes en el total del test, subtest relacional, numérico, y grupos de tareas.

	Pretest	Posttest
Total Test	.115	.001*
Subtest Relacional	.607	.001*
<i>Comparaciones</i>	.864	.447
<i>Clasificaciones</i>	.407	.001*
<i>Correspondencia</i>	.623	.001*
<i>Seriación</i>	.039	.073
Subtest Numérico	.423	.003*
<i>Conteo Verbal</i>	.435	.016
<i>Conteo Estructurado</i>	.011	.001*
<i>Conteo Resultante</i>	.016	.001*
<i>Conoc. Gral. de los números</i>	.197	.074
<i>Estimación</i>	.783	.143

* $p < 0.001$

En la tabla I se recogen los resultados obtenidos en la prueba de contraste U de Mann Whitney. En el pretest no se hallaron diferencias significativas en el total del test, en los subtests ni en los distintos componentes del conocimiento numérico temprano que constituyen los subtests. Es decir, existía equivalencia entre los grupos control y experimental. Tras la intervención, en el posttest aparecieron diferencias significativas en la puntuación total del test ENT-R y de los subtests relacional y numérico. Con respecto a los distintos elementos que componen los subtests se hallaron diferencias significativas entre el grupo control y experimental en algunos de los elementos evaluados. Por un lado, con respecto al subtest relacional, se hallaron diferencias significativas en clasificaciones y correspondencia ($p = .001$), sin ser éstas significativas en comparaciones y seriación. Asimismo, las diferencias fueron estadísticamente significativas en conteo estructurado ($p = .001$) y resultante ($p = .001$). Por el contrario, no se encontraron diferencias

estadísticamente significativas en conteo verbal, conocimiento general de los números y estimación.

Un análisis pormenorizado de los estadísticos descriptivos, arrojó mayor información sobre los resultados presentados previamente. Los resultados descriptivos en relación a la puntuación obtenida en el total del test se muestran en la tabla II). Los obtenidos en los distintos subtests en base a los diferentes componentes del conocimiento numérico temprano se describen en la tabla IV.

TABLA II. Resultados obtenidos en el total del test Early Numeracy Test-R.

Resultados en el total del test ENT-R						
	N	Pretest		Posttest		Ganancias
		M	SD	M	SD	
Experimental	24	15.88	1.45	28.04	4.95	12.16
Control	24	16.54	1.50	22.00	3.77	5.46
Total	48	16.21	1.50	25.02	5.32	8.81

Los resultados de la tabla II constatan que el grupo control, a pesar de ser inicialmente superior en el pretest del ENT-R (sin llegar a ser estas diferencias significativas entre ambos grupos), tuvieron un menor desempeño que el grupo experimental en el posttest con la versión B del ENT-R. Asimismo, las ganancias obtenidas por el grupo experimental fueron ostensiblemente superiores a las del grupo control, superando a este último en 6.7 puntos.

TABLA III. Resultados obtenidos en el subtest relacional y numérico del test Early Numeracy Test R.

	N	Subtest Relacional					Subtest Numérico				
		Pretest		Posttest		Ganancia	Pretest		Posttest		Ganancia
		M	SD	M	SD		M	SD	M	SD	
Experimental	24	10.13	2.25	14.54	1.95	4.41	5.75	2.15	13.50	3.86	7.75
Control	24	10.33	1.60	11.38	2.24	1.05	6.21	2.00	10.63	2.49	4.42
Total	48	10.23	1.93	12.96	2.62	2.73	5.98	2.06	12.06	3.53	6.08

Por otro lado, no hubo diferencias significativas en el pretest entre el grupo experimental y el control, siendo las puntuaciones obtenidas equiparables y considerando ambos grupos como equivalentes antes de la intervención. En base a los datos expuestos, tras la aplicación del programa, la puntuación del grupo experimental mejoró significativamente respecto al grupo control en el posttest. Con respecto a la ganancia obtenida por ambos grupos, el grupo experimental obtuvo una ventaja mayor de tres puntos en comparación con el grupo control (tabla III). Estos resultados avalaron la eficacia de la intervención al margen de los cambios evolutivos y la instrucción escolar.

En la tabla IV se encuentran los resultados obtenidos en los distintos elementos esenciales del conocimiento numérico que componen el test ENT-R. Como se puede observar, la ganancia fue superior en todas las tareas en el grupo experimental en comparación con el grupo control, apoyando el papel de la intervención computerizada. Como se presentó en la tabla I, las diferencias fueron estadísticamente significativas en las tareas de correspondencia y clasificación del subtest relacional. Del mismo modo, las ganancias fueron superiores en el grupo experimental mostrando, por tanto, un tamaño del efecto superior en este último grupo.

TABLA IV. Resultados obtenidos en los distintos grupos de tareas del test ENT-R y tamaño del efecto (*d*).

	Grupo Experimental						Grupo Control					
	Pretest		Posttest		G*	d	Pretest		Posttest		G*	d
	M	SD	M	SD			M	SD	M	SD		
Comparaciones	4.38	.711	4.83	.381	.45	.78	4.33	.917	4.71	.550	.38	.50
Clasificaciones	1.50	.834	2.75	.897	1.25	1.44	1.29	.859	1.75	.847	.46	.53
Correspondencia	2.63	1.13	4.25	.737	1.62	1.69	2.46	1.02	2.71	1.08	.25	.23
Seriación	1.63	1.24	2.71	1.12	1.08	.91	2.25	1.07	2.21	1.06	-.04	-.03
Conteo Verbal	1.17	.963	2.96	.955	1.79	1.86	1.00	1.10	2.29	.955	1.29	1.25
Conteo Estructurado	1.04	.806	3.46	1.06	2.42	2.57	1.63	.824	2.38	1.05	.75	.79
Conteo Resultante	1.50	.659	3.00	1.06	1.50	1.69	.92	.830	2.00	.659	1.08	1.44
Conocimiento Gral de Números	1.21	1.28	3.13	.90	1.92	1.73	1.67	1.239	2.58	1.06	.91	.79
Estimación	.83	.917	1.38	1.27	.55	.49	1.00	1.18	1.38	1.27	.38	.30

*G=Ganancia

Fue procedente calcular el tamaño del efecto en ambos grupos considerando que el grupo control, al margen de los aspectos madurativos, obtuvo una ganancia derivada de la instrucción escolar tradicional, y el grupo experimental alcanzó una mejora debido a ambos tipos de instrucción combinadas, es decir, la enseñanza curricular y la instrucción computerizada mediante el software “Jugando con números 2”. Según la tabla IV el tamaño del efecto para las habilidades de clasificación fue superior en el grupo experimental ($d=1.44$) en comparación con el grupo control ($d = .53$). Asimismo, en las tareas de correspondencia el tamaño del efecto en el grupo experimental ($d = 1.69$) también fue superior al del grupo control ($d = .23$). Por otro lado, con respecto a los resultados en los elementos de tipo numérico del test, el grupo experimental ($d=2.57$) presentó un mayor tamaño del efecto que el grupo control ($d=.79$) en conteo estructurado. Del mismo modo, el grupo experimental ($d=1.69$) también arrojó un tamaño del efecto superior al del grupo control ($d=1.44$) en las tareas de conteo resultante.

En relación al análisis de las ganancias, cabe destacar que tanto el grupo experimental como el control obtuvieron mayores ganancias en las tareas numéricas que en las relacionales, exceptuando las tareas de estimación, en que los incrementos no fueron tan elevados como en el resto de componentes de tipo numérico.

En último lugar se llevó a cabo un análisis discriminante con el fin de establecer una diferenciación entre los grupos y obtener una función capaz de clasificar a los alumnos en función de los valores obtenidos en las variables discriminadoras. Es decir, esta técnica permite una clasificación supervisada de vectores de datos (numéricos) en dos o más categoría (en este caso, grupo control o experimental) basándose en la obtención de un hiperplano frontera capaz de delimitar el grupo experimental del control. Esta distribución se comparó con los resultados reales dando una matriz de clasificación donde su diagonal representaba los totales o porcentajes de los individuos bien clasificados y donde los elementos extradiagonales representan los falsos positivos y falsos negativos del procedimiento de clasificación (tabla V).

TABLA V. Resultado del análisis discriminante para predecir la pertenencia de los alumnos al grupo control y experimental.

		Pertenencia a grupos pronosticada		Total
		Experimental	Control	
Recuento	Experimental	20	4	24
	Control	4	20	24
Porcentaje %	Experimental	83.3	16.7	100
	Control	16.7	83.3	100

Como puede apreciarse en la tabla V, el 83.3% de los alumnos del grupo control fueron clasificados correctamente en su grupo y el mismo porcentaje para el grupo experimental. Como consecuencia de ello se pudo deducir que la intervención producía una diferenciación clara entre ambos grupos.

Adicionalmente, un contraste de igualdad de grupos basado en el estadístico Lambda de Wilks y resuelto por una aproximación Chi-cuadrado determinó que en base a los resultados obtenidos se tuvo que rechazar la hipótesis de igualdad entre los grupos (*Lambda de Wilks* = .468; $X^2 = 31.46$; $p < .001$), pudiendo concluir que la diferencia entre el grupo experimental y control fue estadísticamente significativa.

Discusión

Con el presente trabajo se pretendía ofrecer una herramienta complementaria a la instrucción tradicional, eficiente para desarrollar las habilidades matemáticas tempranas haciendo uso de las nuevas tecnologías. Asimismo, era necesario conocer qué destrezas se veían potenciadas en mayor medida por la intervención.

A la luz de los resultados obtenidos, conjugar la instrucción tradicional con nuevos medios de enseñanza de las matemáticas a edades tempranas contribuye al desarrollo del sentido numérico, considerando este concepto como el conjunto de habilidades relacionadas con el conocimiento de los números y las operaciones. Estas aptitudes son precursoras de dominio específico del rendimiento matemático en cursos posteriores y constituyen un elemento clave a tener en cuenta en la

aparición de Dificultades de Aprendizaje de las Matemáticas (Jordan, Glutting y Ramineni, 2008; Jordan et al., 2009; Passolunghi et al., 2012). Una manera de prevenir esas posibles dificultades y contribuir al perfeccionamiento de las destrezas tempranas, es ofrecer al alumno actividades destinadas a potenciar el sentido numérico como piedra angular del aprendizaje matemático en los primeros años (Aunio, Hautamäki y Van Luit, 2005; Geary, 2004).

Las habilidades matemáticas tempranas de tipo lógico relacional son clave según el modelo piagetiano para el logro de la comprensión del número, por ello insistir en proporcionar tareas basadas en las habilidades de seriación, correspondencia, comparación y clasificación, contribuyen al desarrollo del conocimiento numérico y en última instancia a un pronóstico favorable de las habilidades de los alumnos en cursos posteriores (Aunio y Niemivirta, 2010). Este hecho es especialmente interesante cuando se exploran nuevos métodos de enseñanza optando, como en el presente trabajo, por el uso del ordenador como una ayuda pedagógica, y aportando las ventajas que la investigación deriva de su uso, como la posibilidad de adaptar los contenidos a las necesidades de los alumnos favoreciendo el aprendizaje de manera personalizada e individual (Judge, Puckett y Cabuk, 2004).

Con respecto a los resultados derivados del programa aplicado en el presente estudio, los alumnos tras la intervención mostraron diferencias significativas con respecto al grupo control en las tareas de clasificación y correspondencia. Por el contrario, no lo fueron en comparaciones y seriaciones. Es posible que por la influencia de la maduración, los alumnos dominasen la habilidad de comparación en el momento de la administración del primer test, siendo las ganancias similares e inferiores a medio punto en ambos grupos en el posttest.

Esta justificación se encuentra sustentada por los resultados de un estudio exploratorio para la adaptación del test ENT-R (Araújo, Aragón, Aguilar, Navarro y Ruiz, 2014), en el que las tareas de comparación a los 5 años fueron las que arrojaron resultados más altos en comparación con el resto de componentes del test. Asimismo, los ítems correspondientes al bloque de comparaciones resultaron ser los menos difíciles para los alumnos, lo que se avala también por la presente investigación. Desde un punto de vista teórico y retomando las ideas de Resnick (1989, 1992), el esquema protocuantitativo de comparación permitiría llevar a cabo los primeros juicios de cantidad, sin precisión numérica, basándose en la

asignación de etiquetas lingüísticas sin realizar ningún proceso de medida. Es por tanto, que estas habilidades de comparación se adquieren antes de los 5 años, etapa en la que se encontrarían en proceso de consolidación.

Por otro lado, con respecto a los conceptos de seriación, sabemos que junto con la clasificación se coordinan progresivamente hasta dominar los números como categorías seriadas. La conservación del número está intrínsecamente ligada a la evolución de la integración de estas capacidades lógicas (Piaget y Szeminska, 1941), por lo que su dominio es esencial para el desarrollo de las habilidades matemáticas iniciales. Como señala Fuson (1991) la seriación se alcanzaría en el último nivel de elaboración de la secuencia numérica, cuando esta última se caracteriza por ser bidireccional y escalonada. Es por ello que la mayoría de los alumnos a pesar de haber trabajado más o menos esta habilidad, no son capaces de dominar esta destreza que junto con la inclusión de clases, representan el último escalón madurativo básico para el dominio de la secuencia numérica. Esta idea también se encuentra también sustentada por los resultados de la investigación de Fernández y Ortiz (2008) en la que se defienden distintos grados de conocimiento lógico-ordinal de la secuencia numérica, y cuyo perfeccionamiento se alcanzaría después de los 5 años.

Además del desarrollo del pensamiento lógico-relacional es esencial llevar a cabo el aprendizaje del sistema numérico convencional derivado del aprendizaje significativo y contextualizado propio de la enseñanza escolar (Berch, 2005; [Bryant y Nunes, 2002](#)). Este aprendizaje también predice la competencia en el desempeño posterior de los alumnos (Gersten et al., 2005; [Aunio y Niemvirta, 2010](#)). Por ello, insistir en complementar el trabajo instruccional de la escuela con tareas que perfeccionen las habilidades adquiridas en el aula, pueden ser beneficiosas para el desempeño del alumno en la materia.

Los resultados de la aplicación del programa de intervención en relación a las tareas numéricas arrojaron diferencias significativas a favor del grupo experimental en conteo estructurado y resultante. Sin embargo, no lo fueron en conteo verbal, conocimiento general de los números y estimación. Es lógico pensar que a los cinco años de edad los niños son capaces de recitar adecuadamente la secuencia numérica, siendo más difícil llevar a cabo tareas de conteo señalando y sin señalar, y considerándose susceptibles de mejora mediante el entrenamiento. Por

otro lado, las tareas de conocimiento general de los números requieren de cierto nivel de generalización de los conocimientos matemáticos básicos a la vida cotidiana, algo más complejo de alcanzar a edades tempranas. Pese a ello el programa de intervención favoreció que los alumnos del grupo experimental con puntuaciones inferiores en el pretest, superasen al grupo control en las tareas de conocimiento general de los números, sin llegar a ser las diferencias significativas.

Finalmente, con respecto a las tareas de estimación, considerar que otorgar sentido a la magnitud de los números en una recta numérica, es como uno de los aspectos más complejos para los alumnos a los cinco años de edad (Araújo et al., 2014). Numerosas investigaciones (véase por ejemplo, Booth y Siegler, 2008; Siegler et al., 2004) se han centrado en el estudio de la estimación en la recta numérica en alumnos de educación infantil y primaria, y sus resultados demuestran que los errores de estimación decrecen ostensiblemente cuando los niños han superado la educación infantil y cursan primaria. Asimismo, son mucho más precisos cuando la recta numérica en la que deben estimar el número corresponde a una centena que a un millar (Siegler y Opfer, 2003). Todo ello conduce a pensar que a pesar del entrenamiento, es necesario que los alumnos desarrollen en mayor medida determinados conceptos básicos como la adquisición de una cadena numérica verbal, que sirvan de base a la posterior adquisición de conocimiento más complejo, como es el caso de la estimación.

Desde una concepción más global, encontramos en mayor medida ganancias en los aspectos numéricos que en los relacionales en el grupo experimental. Asimismo, los alumnos entrenados superaron en más de tres puntos a los que no realizaron la intervención tanto en los aspectos relacionales como en los numéricos. Según el punto de vista teórico de Resnick (1989, 1992) que sirvió de base a la elaboración del software empleado como herramienta de intervención, el conocimiento intuitivo propio de las tareas de tipo lógico constituye un pilar básico en las habilidades matemáticas posteriores. En consecuencia, es necesario que este conocimiento relacional no instruccional y previo, se integre con el conocimiento representacional liderado por el conteo, con el fin de dar respuesta a los conflictos cognitivos que se planteen. Por tanto, es lógico pensar que a los 5 años de edad las ganancias se centren en consolidar estos aspectos intuitivos y, en mayor medida, en incrementar el desarrollo de las habilidades que requieren de instrucción y aprendizaje activo.

Con respecto a las limitaciones metodológicas encontradas en el estudio podemos mencionar que el trabajo presenta aquellas propias de la investigación en educación. En este caso se pueden destacar aquellas relacionadas con aleatoriedad de la muestra y, por tanto, la realización de un tipo de diseño experimental de solo dos grupos. Hay que tener en cuenta las variables ecológicas propias del contexto escolar, tales como la influencia de las características del profesorado en la enseñanza de las matemáticas, junto con el número de participantes en el estudio, que se vio reducido debido a la necesidad de recursos informáticos que requería la intervención.

En definitiva, la aplicación de un programa de entrenamiento de las matemáticas en los primeros años basado en el uso del ordenador, resultó beneficioso para potenciar las habilidades matemáticas de manera complementaria a la instrucción escolar. Los resultados apoyan la utilidad de la herramienta al margen de los cambios evolutivos y la instrucción recibida en la escuela, siendo la utilización del software por el grupo experimental como complementario a la instrucción tradicional, la única variable o condición que diferenció a ambos grupos, y a la que puede atribuirse la diferencia surgida entre ellos.

El seguimiento de estos alumnos y el análisis de su evolución se plantearán como un objetivo primordial para futuras investigaciones en esta línea, así como el estudio del mantenimiento de la ganancia o su respuesta a la intervención en años posteriores. Así mismo, se propone la posibilidad de introducir el instrumento *“Jugando con números 2”* en el aula y lograr integrarlo como herramienta habitual de trabajo, al igual que otros medios tradicionales de enseñanza de la matemática, persiguiendo proveer del beneficio de la intervención computerizada al total del alumnado, sin interrumpir la dinámica de clase. Por otro lado, en relación al software otro aspecto que surge de este estudio, es analizar el mantenimiento o no de tareas que a estas edades manifiestan un efecto techo en las competencias de los alumnos, e introducir o modificar aquellas actividades que por su complejidad no obtienen el beneficio perseguido en el perfeccionamiento de sus habilidades.

Referencias bibliográficas

- Aragón, E. L., Navarro, J. I., Aguilar, M. y Cerda, G. (2015). Cognitive predictors of 5-year-olds students' early number. *Journal of Psychodidactic*, 20(1), 83-97. doi:10.1387/RevPsicodidact.11088.
- Araújo, A., Aragón, E., Aguilar, M., Navarro, J.I. y Ruiz, G. (2014). Un estudio exploratorio para la adaptación de la versión española revisada del «Early Numeracy Test-R» para evaluar el aprendizaje matemático temprano. *European Journal of Education and Psychology*, 7, 83-93. doi:10.1989/ejep.v7i2.181
- Aunio, P. y Niemvirta, M. (2010). Predicting children's mathematical performance in grade one by early numeracy. *Learning and Individual Differences*, 20, 427-435. doi: 10.1016/j.lindif.2010.06.003
- Aunio, P., Hautamäki, J. y Van Luit, J. E. H. (2005). Mathematical thinking intervention programmes for preschool children with normal and low number sense. *European Journal of Special Needs Education*, 20(2), 131-146. doi:10.1080/08856250500055578
- Ayvaci, H. S. y Devecioglu, Y. (2010). Computer-assisted instruction to teach concepts in pre-school education. *Procedia Social and Behavioral Sciences*, 2, 2083-2087. doi:10.1016/j.sbspro.2010.03.285
- Baroody, A. J. y Rosu, L. (2006). *Adaptive expertise with basic addition and subtraction combinations – The number sense view*. Paper presented at the Meeting of the American Educational Research Association, San Francisco, CA.
- Berch, D. B. (1998). *Mathematical cognition: From numerical thinking to mathematics education*. Conferencia presentada al National Institute of Child Health and Human Development. Bethesda, MD.
- Berch, D. B. (2005) Making sense of number sense: Implications for children with mathematical disabilities. *Journal of Learning Disabilities*, 38, 333-339.
- Booth, J.L. y Siegler, R.S. (2008). Numerical magnitude representations influence arithmetic learning. *Child Development*, 79, 1016-1031. doi: 10.1111/j.1467-8624.2008.01173.x
- Bryant, P. y Nunes, T. (2002). Children's understanding of mathematics (pp. 412-439). In U. Goswami (Ed.). *Blackwell handbook of childhood cognitive development*. Sussex, UK: Blackwell.
- Butterworth, B. (2010). Foundational numerical capacities and the origins of dyscalculia. *Trends in Cognitive Sciences*, 14(12), 534-541. doi: 10.1016/j.tics.2010.09.007

- Clements, D. H. y Sarama, J. (2007). Effects of a preschool mathematics curriculum: Summative research on the Building Blocks project. *Journal for Research in Mathematics Education*, 38, 136–163. doi: 10.3102/0002831207312908
- Clements, D. H. y Sarama, J. (2008). Experimental evaluation of the effects of a research-based preschool mathematics curriculum. *American Educational Research Journal*, 45, 443–494. doi: 10.3102/0002831207312908
- Clements, D. H. y Sarama, J. (2011). Early childhood mathematics intervention. *Science*, 333(6045), 968–970. doi: 10.1126/science.1204537
- De Smedt, B. Verschaffel, L., y Ghesquière, P. (2009). The predictive value of numerical magnitude comparison for individual differences in mathematics achievement. *Journal of Experimental Child Psychology*, 103, 469–479. doi: 10.1016/j.jecp.2009.01.010
- Döst, S., Saglam, Y. y Ugur Altay, A. (2011). Use of computer algebra systems in mathematics teaching at university: a teaching experiment. *H. U. Journal of Education*, 40, 140–151
- Duncan, G. J., Claessens, A., Huston, A. C., Pagani, L., Engel, M., Sexton, H., ...y Japel, C. (2007). School readiness and later achievement. *Developmental Psychology*, 43(6), 1428–1446. doi:10.1037/0012-1649.43.6.1428
- Fernández, C. y Ortiz, A. (2008). La evolución del pensamiento ordinal en los escolares de 3 a 6 años. *Infancia y Aprendizaje*, 31(1), 107–130. doi:10.1174/021037008783487066
- Fuson, K. (1991). Children's early counting: Saying the number word sequence, counting objects and understanding cardinality. In K. Durkin, y B. Shire (Eds.), *Language in mathematical education: Research and practice* (pp. 27–40). Buckingham: Open University Press.
- Geary, D. C. (2004). Mathematics and learning disabilities. *Journal of Learning Disabilities*, 37, 4–15. doi: 10.1177/00222194040370010201
- Gersten, R., Jordan, N. C. y Flojo, J. R. (2005). Early identification and interventions for students with mathematics difficulties. *Journal of Learning Disabilities*, 38, 293–304. doi: 10.1177/00222194050380040301
- Griffin, S. (2004). Building number sense with Number Worlds: A mathematics program for young children. *Early Childhood Research Quarterly*, 19, 173–180. doi:10.1016/j.ecresq.2004.01.012

- Halpern, D. F., Millis, K., Graesser, A. C., Butler, H., Forsyth, C. y Cai, Z. (2012). Operation ARA: A computerized learning game that teaches critical thinking and scientific reasoning. *Thinking Skills and Creativity*, 7(2), 93-100. doi: 10.1116.j.tsc.2012.03.00
- Hannula, M. M., Lepola, J. y Lehtinen, E. (2010). Spontaneous focusing on numerosity as a domain-specific predictor of arithmetical skills. *Journal of Experimental Child Psychology*, 107, 394-406. doi:10.1016/j.jecp.2010.06.004
- Jordan, N. C., Glutting, J. y Ramineni, C. (2008). A number sense assessment tool for identifying children at risk for mathematical difficulties. In A. Dowker (Ed.), *Mathematical difficulties: Psychology and intervention* (pp. 45-58). San Diego, CA: Academic Press. doi:10.1016/B978-012373629-1.50005-8
- Jordan, N. C., Kaplan, D., Locuniak, M. N. y Ramineni, C. (2007). Predicting first-grade math achievement from developmental number sense trajectories. *Learning Disabilities Research y Practice*, 22(1), 36-46. doi:10.1111/j.1540-5826.2007.00229.x
- Jordan, N. C., Kaplan, D., Ramineni, C. y Locuniak, M. N. (2009). Early math matters: Kindergarten number competence and later mathematics outcomes. *Developmental Psychology*, 45(3), 850-867. doi:10.1037/a0014939
- Judge, S., Puckett, K. y Cabuk, B. (2004). Digital equity: New findings from the early childhood longitudinal study. *Journal of Research on Technology in Education*, 36(4), 383-396.
- Le Corre, M., Van de Walle, G., Brannon, E. M. y Carey, S. (2006). Re-visiting the Competence/Performance Debate in the Acquisition of Counting as a Representation of the Positive Integers. *Cognitive Psychology*, 52(2), 130-169. doi:10.1016/j.cogpsych.2005.07.002
- Lipton, J. S. y Spelke, E. S. (2005). Discrimination of large and small numerosities by human infants. *Infancy*, 5, 271-290. doi:10.1207/s15327078in0503_2
- Mazzocco, M. M. M., Feigenson, L. y Halberda, J. (2011). Preschoolers' Precision of the Approximate Number System Predicts Later School Mathematics Performance. *PLoS ONE*, 6(9), e23749. doi:10.1371/journal.pone.0023749
- Navarro, J. I., Ruiz, G., Alcalde, C., Aguilar, M. y Marchena, E. (2007). *Jugando con los números 2*. Software educativo. Cádiz: Departamento de Psicología.

- Passolunghi, M. C. y Lanfranchi, S. (2012). Domain-specific and domain-general precursors of mathematical achievement: A longitudinal study from kindergarten to first grade. *British Journal of Educational Psychology*, 82, 42–63. doi:10.1111/j.2044-8279.2011.02039.x
- Piaget, J. y Szeminska, A. (1941). *Génesis del número en el niño*. Buenos Aires: Guadalupe.
- Piazza, M., Facoetti, A., Trussardi, A.N., Berletti, I., Conte, S., Lucangeli, D., Dehaene, S. y Zorzi, M. (2010). Developmental trajectory of number acuity reveals a severe impairment in developmental dyscalculia. *Cognition*, 116(1), 33–41. doi:10.1016/j.cognition.2010.03.012.
- Resnick, L. B. (1989). Developing mathematical knowledge. *American Psychologist* 44(2), 69–162. doi:10.1037//0003-066X.44.2.162
- Resnick, L. B. (1992). From protoquantities to operators: Building mathematical competence on a foundation of everyday knowledge. In G. Leinhardt, R. Putnam, y R. A. Hattrop (Eds.), *Analyses of arithmetic for mathematics teaching* (pp. 373–429). Hillsdale, NJ: Erlbaum.
- Sarama, J., Clements, D. H., Starkey, P., Klein, A. y Wakeley, A. (2008). Scaling up the implementation of a pre-kindergarten mathematics curriculum: Teaching for understanding with trajectories and technologies. *Journal of Research on Educational Effectiveness*, 1, 89–119. doi:10.1080/19345740801941332
- Siegler, R. S. y Booth, J. L. (2004). Development of numerical estimation in young children. *Child Development*, 75, 428–444. doi:10.1111/j.1467-8624.2004.00684.x
- Siegler, R. S. y Opfer, J. E. (2003). The development of numerical estimation: evidence for multiple representations of numerical quantity. *Psychological Science*, 14, 237–243. doi: 10.1111/1467-9280.02438
- Van Luit, J. E. H. y Van de Rijt, B. A. M. (2009). *The Early Numeracy Test Revised*. Graviant, Doetinchem: The Netherlands.
- Van Luit, J. E. H., Van de Rijt, B.A.M., Araújo, A., Aguilar, M., Aragón, E., Ruiz... y García-Sedeño, M. (2015). TEMT-i. Test de Evaluación Matemática Temprana Informatizado. Madrid: EOS
- Van Viersen, S., Slot, E. M., Kroesbergen, E. H., Van't Noordende, J. E. y Leseman, P. M. (2013). The added value of eye-tracking in diagnosing dyscalculia: a case study. *Frontiers in Psychology*, 4(679). doi: 10.3389/fpsyg.2013.00679

- Von Aster, M. G., y Shalev, R. S. (2007). Number development and developmental dyscalculia. *Developmental Medicine and Child Neurology*, 49, 868–873. doi:10.1111/j.1469-8749.2007.00868.x
- Xenidou-Dervou, I., De Smedt, B., Van der Schoot, M. y Van Lieshout, E. C. D. M. (2013). Individual differences in kindergarten math achievement: The integrative roles of approximation skills and working memory. *Learning and Individual Differences*, 28, 119-129. doi: 10.1016/j.lindif.2013.09.012

Dirección de contacto: Estíbaliz Aragón Mendizábal, Universidad de Cádiz, Facultad de Ciencias de la Educación, Departamento de Psicología. Avenida República Saharaui, s/n. CP. 11.510, Puerto Real- Cádiz. E-mail: estivaliz.aragon@uca.es

Instructional support system for teaching number sense¹

Sistema instruccional de apoyo a la enseñanza del sentido numérico

DOI: 10.4438/1988-592X-RE-2016-375-333

Estíbaliz Aragón Mendizábal
Manuel Aguilar Villagrán
José Ignacio Navarro Guzmán
Universidad de Cádiz

Abstract

Number sense is regarded as a strong predictor of mathematics achievement at formal school. This paper describes the improvement of early math skills using computer-assisted instruction and the effectiveness of an intervention program. An experimental design with control and experimental groups, and pre- and post-intervention measurement was used. Participants were 48 preschool students (aged from 4.91 to 5.91; 21 were males and 27 were female), whose relational and numeracy skills were assessed before and after training. Differences between groups were analyzed. Participants were students from four schools (two public and two private). Schools were in middle-class neighborhood, in 100.000 inhabitants towns. Descriptive analysis, discriminant analysis and hypothesis test were calculated. Null hypothesis of equality between groups was rejected (Wilks' $\Lambda = .468$; $X^2 = 31.46$; $p < .001$). Therefore, the difference between the experimental and control groups was statistically significant. Also, discriminant analysis indicated that 83.3% of students were classified correctly in their group. Significant differences between control and experimental group in classifications ($p = .001$), correspondence ($p = .001$), counting structured ($p = .001$) and resulting ($p = .000$) skills, were found. Results supported the effectiveness of the intervention program, and indicated math skills that were significantly improved

⁽¹⁾ This research was funded by EDU2011-22747, PSI2015-63856-P (MINECO/FEDER), and P09-HUM7918 PAIDI grants.

by training: classifications and correspondence as relational skills, and counting structured and resulting as numerical skills. Educational implications and future lines of action are discussed.

Keywords: mathematics skills, remedial programs, preschool education, numeracy, computer-assisted instruction, mathematical achievement.

Resumen

El sentido numérico es considerado como un fuerte predictor del rendimiento matemático en la escuela formal. El presente trabajo plantea el perfeccionamiento de las habilidades matemáticas tempranas mediante el uso de la enseñanza asistida por ordenador. Se utilizó un diseño experimental, con grupo control y medidas pre- y pos-intervención para estudiar la eficacia de la intervención en una muestra de 48 alumnos de educación infantil, y las diferencias existentes en las habilidades relacionales y numéricas tras la implementación del programa computerizado. Del total de la muestra 21 alumnos fueron niños y 27 niñas, cuyas edades oscilaban entre los 4.91 y los 5.91 años. Se emplearon análisis descriptivo, discriminante y contrastes de hipótesis como técnicas de análisis de los datos. Los alumnos pertenecían a cuatro centros educativos, dos de ellos públicos y dos concertados. Los centros estaban situados en zonas urbanas de clase media en poblaciones de unos 100.000 habitantes. Se rechazó la hipótesis de igualdad entre los grupos (Λ de Wilks = 0.468; $X^2 = 31.46$; $p < 0.001$), pudiendo concluir que la diferencia entre el grupo experimental y control era estadísticamente significativa. Asimismo, el análisis discriminante confirmó que el 83.3% de los alumnos fueron clasificados correctamente en su grupo. Se muestran diferencias significativas en los resultados de clasificación ($p < .001$), correspondencia ($p < .001$), conteo estructurado ($p < .001$) y resultante ($p < .001$) entre los grupos experimental y control, avaladas por el tamaño del efecto. Los resultados obtenidos apoyan la eficacia de la intervención e indican las habilidades que se ven favorecidas en mayor medida por el entrenamiento: clasificaciones y correspondencia en el ámbito relacional, y conteo estructurado y resultante en el ámbito numérico. Se discuten las implicaciones educativas y las futuras líneas de actuación.

Palabras clave: habilidades matemáticas, programa de recuperación, educación infantil, aritmética, enseñanza asistida por ordenador, logro matemático.

Introduction

Early math skills, frequently grouped together under the construct, «number sense» (Berch, 1998; [Hannula, Lepola, & Lehtinen, 2010](#)), are

developed earlier than formal mathematical abilities. They are a cornerstone which more complex mathematical knowledge is built upon. An example of this is preverbal number sense, which refers to features such as subitizing (Le Corre, Van de Walle, Brannon, & Carey, 2006) and which comes before counting, or the development of an estimated representation of magnitude. This comes about before numerical representations ([Lipton & Spelke, 2005](#)). Number sense allows children to recognize different quantities and estimate quantities, allowing them to not only succeed in school, but also solve problems in everyday life.

Despite the importance of this concept and its significance, there is no general agreement at present on the conceptualization and operationalization of number sense (Gersten, Jordan, & Flojo, 2005). Researchers agree that it involves a set of related number and operations skills from the age of 3 to 6 years old. Therefore, this developmental period is held up as a key stage in acquiring those skills identified as predictors of school performance. These precursors can be differentiated into two categories: domain-general and domain-specific (Passolunghi & Lanfranchi, 2012). On the one hand, precursors of domain-general ability refer to general cognitive skills that predict performance in school topics, not in one particular field. Examples include short-term memory, working memory and general intelligence (Aragón, Navarro, Aguilar, & Cerda, 2015).

On the other hand, domain-specific precursors refer to those skills that are able to predict subsequent performance in a particular area of school knowledge. Such precursors include phonological awareness as a predictor of literacy skills, and skills related to number sense acquisition and counting which are critical in mathematical skills achievement (De Smedt, Verschaffel, & Ghesquiere, 2009).

Acquiring number sense is completed through a gradual process. Four different stages in the development of number sense can be identified (Von Aster & Shalev, 2007). First, the child achieves non-symbolic representation. Secondly, non-symbolic representation leads to symbolic representation of quantity. Thirdly, verbal symbolic representation is acquired through Arabic numerals, and finally, the previous three components are integrated into a mental number line, i.e., when it is assumed that numbers listed after in a counting sequence are bigger numbers than those listed before. Therefore, at the age of 6, after reaching the fourth stage of number sense development, most children incorporate

notions of quantity and counting schemes within mental number lines (Siegler & Booth, 2004).

This linear representation of numerical magnitude is significant to the development of counting skills, as it helps children learn the positional value of numbers and do mental calculations. Consequently, number sense remains as a strong predictor of achievement in math in early school years ([Duncan et al 2007](#); [Jordan, Kaplan, Locuniak, & Ramineni, 2007](#); [Jordan, Kaplan, Ramineni, & Locuniak, 2009](#)).

On the opposite, problems in different developmental stages of number sense, identified by Von Aster & Shalev (2007), may explain the emergence of learning difficulties in mathematics ([Mazzocco, Feigenson & Halberda, 2011](#); [Van Viersen, Slot, Kroesbergen, Van't Noordende, & Leseman, 2013](#)). Therefore, shortfalls in number sense can make formal math instruction difficult ([Baroody & Rosu, 2006](#)). It can be considered a determining factor in the onset of dyscalculia ([Butterworth, 2010](#); [Piazza et al, 2010](#)), and explains the disparity in math performance in the early grades of primary education ([Xenidou-Dervou, De Smedt, van der Schoot, & van Lieshout, 2013](#)). It is therefore critical to pay attention to the several aspects of numeric in the early school years, as well as the previous processes, which according to Piaget ([Piaget & Szeminska, 1941](#)) contribute to constructing the number concept. Therefore, to successfully meet the demands of formal schooling, it is necessary to acquire and coordinate beforehand, relational logic skills.

A key aim is to prevent mathematical learning difficulties (MLD) and teach early math skills. This goal can be achieved through training programs that contribute to the student's progress and help not only for academic purposes, but also provide strategies to meet the demands of the social world in which the student is immersed. There are a wide range of tools and teaching methods that can help achieve the proposed goals, including computer-assisted instruction (CAI). Research supports the role of CAI as a mediator tool in improving higher order capacities ([Ayvaci & Devecioglu, 2010](#); [Döst, Saglam, & Ugur Altay, 2011](#); [Halpern, Millis, Graesser, Butler, Forsyth, & Cai, 2012](#)), critical to achieving effective competency in several school subjects. For more than a decade, research has supported the value of this CAI teaching method in specific school skills such as mathematics ([Clements & Sarama, 2007, 2008, 2011](#); [Griffin, 2004](#); [Sarama, Clements, Starkey, Klein, & Wakeley, 2008](#)).

In order to study the effectiveness of an intervention program based on computer-assisted instruction, the following objectives were established: First, to analyze the differences between control and experimental group scores after the intervention process, in both relational and numeric mathematics tasks, and the total test score which assesses early math skills. A detailed study of several math subtests activities was also proposed. On the one hand, differences in relational tasks were analyzed: comparisons, classifications, correspondence and seriation tasks. On the other, the differences found in numeric tasks were studied: verbal counting, structured counting, resulting counting, general knowledge of numbers and estimation.

Method

An experimental design was used, with experimental and control groups, and pre- and post-intervention measures. The SPSS.22 version was used for data analysis. Through this software, descriptive statistics of the sample were calculated and an inferential analysis was carried out through the Mann Whitney *U* test for two independent samples and discriminant analysis. The researchers obtained the permits and ethical recommendations required for these type of studies. Parents, teachers and school board granted permission for the study. After the intervention, the school teachers that had participated in the study were guided to improve student performance, using the material implemented in the research in order to increase the skills of students.

Participants

The sample of students came from four schools located in the Cadiz province (Spain). Two schools were public, and two were semi-private. The schools had a standard middle class socio-economic level. There were a total of 48 students from the final grade of Early Childhood Education, whose ages ranged between 4.91 and 5.91 years, ($M = 5.4$; $SD = .29$). 27 participants were girls, aged between 4.91 and 5.83 months ($M = 5.37$, $SD = .27$) and 21 participants were boys, aged between 4.91 and 5.91 months ($M = 5.43$, $SD = .32$). Students who had special educational needs were excluded.

Instruments

The Early Numeracy Test-R (Van Luit and Van de Rijt, 2009) in its computerized and standardized version translated into Spanish (Van Luit et al., 2015) was used to evaluate the participating students' math skills. Based on the students results, they were selected to develop early math skills through «Playing with Numbers 2» (Navarro, Ruiz, Alcalde, Aguilar, & Marchena, 2007)

Playing with Numbers 2

The software «*Playing with Numbers 2*» (Navarro et al., 2007) is a training program aimed at learning, developing and strengthening mathematical thinking skills. Its aim is to contribute to the student's logical-mathematical acquisition in an attractive and motivating way, using the computer as a learning facilitator. Specifically, «*Playing with Numbers 2*» was carried out with Flash Professional Adobe software, which uses standard internet files (SWF) and vector graphics so that different scale applications can be used without losing visual quality.

The software consists of different tasks to develop number sense. This computerized training program offers students activities that help them learn concepts related to certain basic math skills such as: seriation, comparison, classification, easy arithmetic problems, distribution, size discrimination, and a series of activities aimed at mastering numbering. «*Playing with numbers 2*» is aimed at students of the first year of primary school. This software has different levels of difficulty and has the possibility of being used with younger students, or students with special educational needs.

Early Numeracy Test (ENT-R)

A computerized version of Early Numeracy Test Revised (ENT-R) was used in this research, standardized for the Spanish population (Van Luit et al., 2015). The original tool was developed by Van Luit and Van de Rijt (2009) to evaluate early numerical knowledge, and detect students at risk of MLD. This tool is especially useful in the transition from pre-school to

elementary education, in order to confirm which students need support to cope with the new mathematical learning, promoting the implementation of early intervention to remedy these shortfalls.

The test assesses concepts of comparison, classification, one to one correspondence, seriation, verbal counting, structured counting, counting (without pointing), general knowledge of numbers and estimation. It is aimed at students between 4 and 7 years, and has three parallel versions of 45 items each. It takes an average of around 30 minutes and is individually administrated. The Cronbach's alpha reliability index was .92.

Procedure

First, parental permission to participate in this research was obtained for the student sample selected. Then, an individual evaluation session was carried out at the beginning of the school year. In this first assessment phase, the ENT-R (version A) test was applied to assess early math skills. The individual evaluation session took between 30 and 35 minutes.

The second phase of the study focused on the implementation of the computerized intervention program «Playing with Numbers 2». The training program was carried out during the months of February, March and April. A total of 30 sessions were used, taking between 30 and 45 minutes each. They were held three times a week. Each training session involved 6 students working independently with a computer, solving the different computer activities. All sessions were supervised by two specialized psychologists.

Finally, we proceeded to perform the post-test evaluation by the ENT-R (version B) in order to verify the effectiveness of the intervention.

Results

The Mann Whitney *U* nonparametric test was used on independent samples before and after the intervention, in order to verify the existence of significant differences between the control and experimental groups before and after the intervention.

TABLE I. Results of Mann Whitney U test for two independent samples for complete test, relational and numerical subtests and task groups.

	Pretest	Posttest
Complete Test	.115	.001*
Relational subtest	.607	.001*
<i>Comparison</i>	.864	.447
<i>Classification</i>	.407	.001*
<i>Correspondence</i>	.623	.001*
<i>Seriation</i>	.039	.073
Numerical subtest	.423	.003*
<i>Verbal counting</i>	.435	.016
<i>Structured counting</i>	.011	.001*
<i>Resultant counting</i>	.016	.001*
<i>General Knowledge of numbers</i>	.197	.074
<i>Estimation</i>	.783	.143

* $p < 0.01$

Table I shows the results obtained from the Mann Whitney *U* *contrasting test*. In the pretest assessment, no significant differences were found in the complete test, nor were they found in the subtests or the different components of early numerical knowledge. There was statistical equivalence between the control and experimental groups. In the posttest, after the intervention, significant differences in ENT-R total test score and relational and numerical subtests were found. With regard to the diverse subtest components, significant differences between control and experimental group were found in some of the elements evaluated. On the one hand, with respect to the relational subtest, there were significant differences in classifications and correspondence ($p < .001$) but differences in comparison and seriation were not significant. Furthermore, the differences were statistically significant in structured counting ($p < .001$) and resulting counting ($p < .001$). However no statistically significant differences were found in verbal counting or the general knowledge of numbers and estimation.

A detailed descriptive statistics analysis generated some more significant information (see Table II). The descriptive results regarding the score obtained in all subtests and the increase achieved after the

intervention program, are shown in Table III. Table IV shows descriptive statistical results obtained on the different components of early numerical knowledge.

TABLE II. Means and Standard Deviations obtained in the total score on the Early Numeracy Test-R by experimental and control groups, and the increase achieved after the intervention program.

		ENT-R total score				
		Pretest		Posttest		Increase
	N	M	SD	M	SD	
Experimental group	24	15.88	1.45	28.04	4.95	12.16
Control group	24	16.54	1.50	22.00	3.77	5.46
Total	48	16.21	1.50	25.02	5.32	8.81

Results in Table II confirmed that despite the experimental group being initially higher in the pretest than the control group (although these differences between groups were not significant), the control group performed less well than the experimental group after the intervention program.

In addition, gains obtained by the experimental group were 6.7 points significantly higher than those in the control group.

TABLE III. Results obtained in relational and numerical subtests of the Early Numeracy Test-R by experimental and control groups, and the increase achieved after the intervention program.

		Relational subtest					Numerical subtest				
		Pretest		Posttest		Increase	Pretest		Posttest		Increase
	N	M	SD	M	SD		M	SD	M	SD	
Experimental group	24	10.13	2.25	14.54	1.95	4.41	5.75	2.15	13.50	3.86	7.75
Control group	24	10.33	1.60	11.38	2.24	1.05	6.21	2.00	10.63	2.49	4.42
Total	48	10.23	1.93	12.96	2.62	2.73	5.98	2.06	12.06	3.53	6.08

On the other hand, Table III shows the absence of pretest significant differences between experimental and control groups (see Table I).

Pretest scores were comparable and both groups considered equivalent. After the program implementation, the experimental group score emerged as higher than the control group. Differences were statistically significant. With regard to the increase of both groups, the experimental group had a three points higher advantage than the control group. These results endorsed the effectiveness of intervention beyond developmental changes and school instruction.

Table IV shows results obtained in the different critical components involved in comprising the ENT-R. The increase was higher in all tasks for the experimental group compared to the control group. These differences supported the role of the computerized intervention. As shown in Table I, the differences were statistically significant in correspondence and relational classification tasks. Similarly, the increasing was greater in the experimental group. The size effect was also more significant for the experimental group (Table IV).

TABLE IV. Results obtained for experimental and control groups on the ENT-R different tasks.

	Experimental group						Control group					
	Pretest		Posttest		<i>t</i> *	<i>d</i>	Pretest		Posttest		<i>t</i> *	<i>d</i>
	<i>M</i>	<i>SD</i>	<i>M</i>	<i>SD</i>			<i>M</i>	<i>SD</i>	<i>M</i>	<i>SD</i>		
Comparison	4.38	.711	4.83	.381	.45	.78	4.33	.917	4.71	.550	.38	.50
Classification	1.50	.834	2.75	.897	1.25	1.44	1.29	.859	1.75	.847	.46	.53
Correspondence	2.63	1.13	4.25	.737	1.62	1.69	2.46	1.02	2.71	1.08	.25	.23
Seriation	1.63	1.24	2.71	1.12	1.08	.91	2.25	1.07	2.21	1.06	-.04	-.03
Verbal counting	1.17	.963	2.96	.955	1.79	1.86	1.00	1.10	2.29	.955	1.29	1.25
Structured counting	1.04	.806	3.46	1.06	2.42	2.57	1.63	.824	2.38	1.05	.75	.79
Resulting counting	1.50	.659	3.00	1.06	1.50	1.69	.92	.830	2.00	.659	1.08	1.44
General knowledge of numbers	1.21	1.28	3.13	.90	1.92	1.73	1.67	1.239	2.58	1.06	.91	.79
Estimation	.83	.917	1.38	1.27	.55	.49	1.00	1.18	1.38	1.27	.38	.30

Next, the impact of the effect on both groups was measured. Aside from normal maturing processes, the control group increased its score as a result of traditional school curriculum instruction whilst the experimental group improved from both types of instruction, i.e., traditional curriculum and computer instruction using the software

«Playing with numbers 2». According to Table IV the impact on classification skills was higher in the experimental group ($d = 1.44$), compared to the control group ($d = .53$). In addition, the impact in the correspondence task was also higher in the experimental group ($d = 1.69$) than in the control group ($d = .23$).

On the other hand, with respect to results in ENT-R numerical subtests, the experimental group displayed a greater impact ($d = 2.57$) than the control group ($d = .79$) in structured counting task. Similarly, the experimental group ($d = 1.69$) also displayed a greater effect than the control group ($d = 1.44$) in the resulting counting task.

With regard to the increase achieved on the posttests, it is noteworthy that both the experimental and control groups had higher scores in numerical tasks than in relational tasks, except in estimation where gains were not as high as in the other types of numerical tasks.

Finally a discriminant analysis was conducted in order to establish differences between groups and obtain a mathematical function able to classify students based on the scores obtained in the discriminating variables. This statistical technique allows a supervised classification of data vector (numerical) into two or more categories: in this case, control or experimental group. This classification is based on an achieved hyper plane able to distinguish the experimental and control groups. This distribution was compared with the real results giving a classification matrix where the diagonal represented the total or percentage of well classified individuals and where extradiagonal elements represented the false positive and false negative classification process (Table V).

TABLE V. Results of discriminant analysis to predict students belonging to the control and experimental group.

		Predicted group adjustment		Total
		Experimental group	Control group	
Re-counting	Experimental group	20	4	24
	Control group	4	20	24
%	Experimental group	83.3	16.7	100
	Control group	16.7	83.3	100

The results in Table V show that 83.3% of students in the control group were correctly classified in their group. The same percentage was also

obtained for the experimental group. As a result, it was possible to conclude that the intervention program produced a statistically robust differentiation between both groups.

Additionally, an equal groups statistical contrast based on the Wilks' *Lambda*, and determined by a *Chi-square* approximation was calculated. Results rejected the hypothesis of equality between the groups (*Wilks' Lambda* = .468; $X^2 = 31.46$; $p < .0001$). The conclusion was that differences between experimental and control groups were statistically significant.

Discussion

This paper provides a complementary tool to traditional math instruction, efficient in developing early math skills using new technologies. It also studied which cognitive skills were improved by the intervention program.

According to the results, blending traditional instruction with new ways of teaching mathematics at an early age contributes to number sense acquisition. Number sense is defined as a set of related knowledge of number and operational skills. These skills are specific ability precursors of mathematical performance in subsequent years and are a key element in Mathematics Learning Disabilities ([Jordan, Glutting, & Ramineni, 2008](#); [Jordan et al, 2009](#); [Passolunghi et al., 2012](#)). One way to prevent these potential difficulties and contribute to improving early skills is to provide tasks to enhance number sense as the milestone of mathematical learning in early years ([Aunio, Hautamäki, & Van Luit, 2005](#); [Geary, 2004](#)).

According to the Piagetian model ([Piaget & Szeminska, 1941](#)), logic-relational early math skills are meaningful to achieve number understanding. Therefore, insisting on providing activities based on serialization, correspondence, comparison and classification, contributes to developing numerical knowledge and, eventually, to an encouraging prognosis of students' math skills in higher school grades ([Aunio & Niemivirta, 2010](#)). This is especially remarkable in exploring new instructional methods such as computer assisted teaching. Advantages derived from research suggest that this procedure has the ability to adapt contents to the students' learning needs, individually adjusting and personalizing curriculum ([Judge, Puckett, & Cabuk, 2014](#)).

With respect to the results after the intervention applied in this study, students in the experimental group showed significant differences from the control group in relational, classification and correspondence tasks. However, no differences were found in comparison and seriation tasks. It is possible that students had already mastered this ability through developmental maturation at the time this was first tested. Actually after intervention program, increases in this task score were just 0.5 point between both groups.

The rationale for this lack of difference should be based on results of an exploratory study to adapt the ENT-R test (Araújo, Aragón, Aguilar, Navarro, & Ruiz, 2014). Comparison tasks in 5 year old children were those that yielded more positive results, compared to all other tasks. Furthermore, items corresponding to comparisons were less difficult for students, as we found in the current study. From a theoretical point of view and after the statements by Resnick (1989, 1992), the proto-quantitative comparison scheme would conduct the first steps of quantity, with no numerical precision. Students should assign linguistic labels without any measurement process. It is therefore known that these comparison skills are acquired before age 5, the stage at which it is in the consolidation process.

On the other hand, with respect to seriation concepts, it is known that together with classification, both are progressively coordinated to master numbers as serial categories. Number conservation is intrinsically linked to the process of integrating these logical abilities (Piaget & Szeminska, 1941). For that reason, its acquisition is essential for the development of early math skills. As Fuson (1991) pointed out, seriation skills are reached at the last stage of numerical sequence development. It is characterized by being two-way and staggered. That is why most students despite having worked more or less on this ability, are not able to master this skill that -along with the inclusion of classes-, represents the last basic maturational step in mastering the numerical sequence. This idea is also supported by Fernandez and Ortiz (2008) who identify several stages for acquiring the logical ordinal-number sequence and whose improvement is achieved after the age of 5.

In addition to the development of logical-relational thinking, it is essential to learn the conventional numbering system derived from contextualized and meaningful school learning (Berch, 2005; Bryant & Nunes, 2002). This learning also predicts subsequent achievement in

student performance (Gersten et al., 2005; Aunio & Niemvirta, 2010). Therefore, insisting on complementary instructional school work with tasks that polish the skills acquired in the classroom can be beneficial for student performance in math.

The results of the intervention program in relation to the numerical tasks showed significant differences for the experimental group in resulting, structured and counting tasks. However, there were not significant differences in verbal counting or general knowledge of numbers and estimation. Five year old children are easily able to properly recite the number sequence. But it is more difficult to solve counting (and without pointing) tasks. These tasks could be improved with specific training. On the other hand, general knowledge of the number tasks requires a certain generalization of everyday life mathematical basic knowledge. This is regularly more complex to reach at an early age. Nevertheless, the intervention program demonstrated that participants in the experimental group with lower scores in the pretest assessment, achieved higher scores than the control group in general knowledge of number tasks, without reaching statistically significant differences.

Finally, with respect to estimation tasks, it is necessary to consider that providing meaning to the numbers' magnitude on a number-line continues to be one of the most complex mathematical components for students at five years of age (Araújo et al., 2014). Several studies (Booth & Siegler, 2008; Siegler & Booth, 2004) have focused on estimation using a number-line for nursery and primary education students. Results found that estimation errors significantly decreased when children finished pre-primary education and were also much more accurate when students estimated numbers that correspond to a hundred rather than a thousand (Siegler & Opfer, 2003). All these results suggested that despite the training program, it is necessary for students to develop further basic math concepts such as verbal-number string, which supports the subsequent acquisition of a more complex knowledge, such as estimation.

From a more overall approach, we find higher gains in relational tasks than numerical tasks in the experimental group. Also, trained students obtained more than three points in both relational and numerical aspects. According to Resnick (1989, 1992), self-intuitive knowledge of logical tasks represents a cornerstone in future math skills acquisition. Consequently, it is necessary that this non-instructional and relational previous knowledge, be integrated with the representational knowledge

led by counting, in order to cope with cognitive conflicts as they come up. It is therefore rational that at 5 years of age training gains are focused on strengthening these intuitive features and increasing the development of skills required through instruction and active learning.

Regarding methodological limitations in the study, we can mention that the study shows characteristic limitations of research in education. In this case, we can highlight issues related to randomness in the sample, and therefore, the realization of a type of quasi-experimental design, for example, the ecological variables in schools, such as the influence of the characteristics of teachers in the teaching of mathematics, along with the reduced number of participants in the study due to the need of resources that must be taken into account for intervention.

In conclusion, the implementation of a mathematics training program in early years based on computer assisted instruction was helpful to enhance complementary math skills to school teaching. Results supported the usefulness of training considering child developmental and math instruction received at school. The use of the software «Playing with numbers 2» by the experimental group as extra training to traditional instruction, was efficient for early math learning skills.

The follow up of all participants and the analysis of its progress is a new target for future research as is how to maintain the impact and how to respond to the intervention in subsequent school years. Likewise, there is the option of introducing the software «Playing with numbers 2» in classrooms integrated as a standard tool, together with other traditional math teaching approaches, enhancing benefits of computerized intervention to all students without disrupting the class dynamic.

On the other hand, with respect to the piece of software, it is necessary to review tasks with a potential ceiling effect at these ages, and whether or not to introduce or modify tasks, which are not beneficial due to their complexity.

References

- Aragón, E., Navarro, J. I., Aguilar, M., & Cerda, G. (2015). Cognitive predictors of 5-year-old students' Early Number Sense. *Journal of Psychodidactics*, 20(1), 83-97. doi: 10.1387/RevPsicodidact.11088

- Araujo, A., Aragon, E., Aguilar, M., Navarro, J.I. & Ruiz, G. (2014). Un estudio exploratorio para la adaptación de la versión española revisada del «Early Numeracy Test-R» para evaluar el aprendizaje matemático temprano. [An exploratory study for the standardization of the Spanish version of «Early Numeracy Test-R» to mathematical learning assessment]. *European Journal of Education and Psychology*, 7(2), 83-93. doi: <http://dx.doi.org/10.1989/ejep.v7i2.181>.
- Aunio, P. & Niemvirta, M. (2010). Predicting children's mathematical performance in grade one by early numeracy. *Learning and Individual Differences*, 20, 427-435. doi: <http://dx.doi.org/10.1016/j.lindif.2010.06.004>
- Aunio, P., Hautamäki, J., & Van Luit, J. E. H. (2005). Mathematical thinking intervention programmes for preschool children with normal and low number sense. *European Journal of Special Needs Education*, 20(2), 131-146. doi:10.1080/08856250500055578
- Ayvaci, H. S. & Devecioglu, Y. (2010). Computer-assisted instruction to teach concepts in pre-school education. *Procedia. Social and Behavioral Sciences*, 2, 2083-2087. doi:10.1016/j.sbspro.2010.03.285
- Baroody, A. J., & Rosu, L. (2006). Adaptive expertise with basic addition and subtraction combinations: The number sense view. In Baroody A. J., Torbeyns T. chairs. *Developing Adaptive Expertise in Elementary School Arithmetic*. Symposium conducted at the annual meeting of the American Educational Research Association.
- Berch, D. B. (1998). *Mathematical cognition: From numerical thinking to mathematics education*. National Institute of Child Health and Human Development Conference. Bethesda, MD.
- Berch, D. B. (2005) Making sense of number sense: Implications for children with mathematical disabilities. *Journal of Learning Disabilities*, 38, 333-339. doi:10.1177/00222194050380040901
- Booth, J.L., & Siegler, R.S. (2008). Numerical magnitude representations influence arithmetic learning. *Child Development*, 79, 1016-1031. doi: 10.1111/j.1467-8624.2008.01173.x
- Bryant, P. & Nunes, T. (2002). Children's understanding of mathematics (pp. 412-439). In U. Goswami (Ed.). *Blackwell handbook of childhood cognitive development*. Sussex, UK: Blackwell.
- Butterworth, B. (2010). Foundational numerical capacities and the origins of dyscalculia. *Trends in Cognitive Sciences*, 14(12), 534-541. doi: 10.1016/j.tics.2010.09.007

- Clements, D. H., & Sarama, J. (2007). Effects of a preschool mathematics curriculum: Summative research on the Building Blocks project. *Journal for Research in Mathematics Education*, 38, 136–163. doi: 10.3102/0002831207312908
- Clements, D. H., & Sarama, J. (2008). Experimental evaluation of the effects of a research-based preschool mathematics curriculum. *American Educational Research Journal*, 45, 443–494. doi:10.3102/0002831207312908
- Clements, D. H., & Sarama, J. (2011). Early childhood mathematics intervention. *Science*, 333(6045), 968–970. doi:10.1126/science.1204537
- De Smedt, B., Verschaffel, L., & Ghesquière, P. (2009). The predictive value of numerical magnitude comparison for individual differences in mathematics achievement. *Journal of Experimental Child Psychology*, 103, 469–479
- Döst, S., Saglam, Y. & Ugur Altay, A. (2011). Use of computer algebra systems in mathematics teaching at university: a teaching experiment. *H. U. Journal of Education*, 40, 140–151
- Duncan, G. J., Claessens, A., Huston, A. C., Pagani, L., Engel, M., Sexton, H., ... & Japel, C. (2007). School readiness and later achievement. *Developmental Psychology*, 43(6), 1428–1446. doi:10.1037/0012-1649.43.6.1428
- Fernández, C., & Ortiz, A. (2008). La evolución del pensamiento ordinal en los escolares de 3 a 6 años. [The evolution of logical-ordinal relationships in 3 to 6 year old school children]. *Infancia y Aprendizaje*, 31(1), 107–130. doi:10.1174/021037008783487066
- Fuson, K. (1991). Children's early counting: Saying the number word sequence, counting objects and understanding cardinality. In K. Durkin, & B. Shire (Eds.), *Language in mathematical education: Research and practice* (pp. 27–40). Buckingham, UK: Open University Press.
- Geary, D. C. (2004). Mathematics and learning disabilities. *Journal of Learning Disabilities*, 37, 4–15. doi:10.1177/00222194040370010201
- Gersten, R., Jordan, N. C., & Flojo, J. R. (2005). Early identification and interventions for students with mathematics difficulties. *Journal of Learning Disabilities*, 38, 293–304. doi:10.1177/00222194050380040301

- Griffin, S. (2004). Building number sense with Number Worlds: A mathematics program for young children. *Early Childhood Research Quarterly*, 19, 173–180. doi:10.1016/j.ecresq.2004.01.012
- Halpern, D. F., Millis, K., Graesser, A. C., Butler, H., Forsyth, C. & Cai, Z. (2012). Operation ARA: A computerized learning game that teaches critical thinking and scientific reasoning. *Thinking Skills and Creativity*, 7(2), 93-100. doi: 10.1116.j.tsc.2012.03.00
- Hannula, M. M., Lepola, J. & Lehtinen, E. (2010). Spontaneous focusing on numerosity as a domain-specific predictor of arithmetical skills. *Journal of Experimental Child Psychology*, 107, 394-406. doi:10.1016/j.jecp.2010.06.004
- Jordan, N. C., Kaplan, D., Locuniak, M. N., & Ramineni, C. (2007). Predicting first-grade math achievement from developmental number sense trajectories. *Learning Disabilities Research & Practice*, 22(1), 36-46. doi:10.1111/j.1540-5826.2007.00229.x
- Jordan, N. C., Glutting, J., & Ramineni, C. (2008). A number sense assessment tool for identifying children at risk for mathematical difficulties. In A. Dowker (Ed.), *Mathematical difficulties: Psychology and intervention* (pp. 45-58). San Diego, CA: Academic Press. doi:10.1016/B978-012373629-1.50005-8
- Jordan, N. C., Kaplan, D., Ramineni, C., & Locuniak, M. N. (2009). Early math matters: Kindergarten number competence and later mathematics outcomes. *Developmental Psychology*, 45(3), 850-867. doi:10.1037/a0014939
- Judge, S., Puckett, K., & Cabuk, B. (2004). Digital Equity: New findings from the early childhood longitudinal study. *Journal of Research on Technology in Education*, 36(4), 383-396. doi: http://dx.doi.org/10.1080/15391523.2004.10782421
- Le Corre, M., Van de Walle, G., Brannon, E. M., & Carey, S. (2006). Revisiting the competence/performance debate in the acquisition of counting as a representation of the positive integers. *Cognitive Psychology*, 52 (2), 130-169. doi: http://dx.doi.org/10.1016/j.cogpsych.2005.07.002
- Lipton, J. S., & Spelke, E. S. (2005). Discrimination of large and small numerosities by human infants. *Infancy*, 5, 271–290. doi:10.1207/s15327078in0503_2
- Mazzocco, M. M. M., Feigenson, L., & Halberda, J. (2011). Preschoolers' Precision of the approximate number system predicts later school

- mathematics performance. *PLoS ONE*, 6(9), e23749. doi:10.1371/journal.pone.0023749
- Navarro, J. I., Ruiz, G., Alcalde, C., Aguilar, M. & Marchena, E. (2007). *Jugando con números. Cd-rom problemas matemáticos para niños*. [Playing with numbers. CD rom of math problems for children]. Cadiz, Spain: Departamento de Psicología.
- Passolunghi, M. C., & Lanfranchi, S. (2012). Domain-specific and domain-general precursors of mathematical achievement: A longitudinal study from kindergarten to first grade. *British Journal of Educational Psychology*, 82, 42–63. doi:10.1111/j.2044-8279.2011.02039.x
- Piaget, J., & Szeminska, A. (1941). *Génesis del número en el niño*. [The development of the number concept in the child.] Buenos Aires: Guadalupe.
- Piazza, M., Facoetti, A., Trussardi, A.N., Berletti, I., Conte, S., Lucangeli, D., Dehaene, S., & Zorzi, M. (2010). Developmental trajectory of number acuity reveals a severe impairment in developmental dyscalculia. *Cognition*, 116(1), 33–41. doi:10.1016/j.cognition.2010.03.012.
- Resnick, L. B. (1989). Developing mathematical knowledge. *American Psychologist* 44(2), 69–162. doi:10.1037//0003-066X.44.2.162
- Resnick, L. B. (1992). From protoquantities to operators: Building mathematical competence on a foundation of everyday knowledge. In G. Leinhardt, R. Putnam, & R. A. Hattrop (Eds.), *Analyses of arithmetic for mathematics teaching* (pp. 373–429). Hillsdale, NJ: Erlbaum.
- Sarama, J., Clements, D. H., Starkey, P., Klein, A., & Wakeley, A. (2008). Scaling up the implementation of a pre-kindergarten mathematics curriculum: Teaching for understanding with trajectories and technologies. *Journal of Research on Educational Effectiveness*, 1, 89–119. doi:10.1080/19345740801941332
- Siegler, R. S., & Booth, J. L. (2004). Development of numerical estimation in young children. *Child Development*, 75, 428–444. doi:10.1111/j.1467-8624.2004.00684.x
- Siegler, R. S., & Opfer, J. E. (2003). The development of numerical estimation: evidence for multiple representations of numerical quantity. *Psychological Science*, 14, 237–243. doi:10.1111/1467-9280.02438
- Van Luit, J. E. H., & Van de Rijt, B. A. M. (2009). *The Early Numeracy Test Revised*. Graviant, Doetinchem: The Netherlands.

- Van Luit, J. E. H., Van de Rijt, B. A. M., Araújo, A., Aguilar, M., Aragón, E., ... & García-Sedeño, M. (2015). *Test de evaluación de la competencia matemática temprana-informatizado (TEMT-i)*. Madrid: EOS.
- Van Viersen, S., Slot, E. M., Kroesbergen, E. H., van't Noordende, J. E., & Leseman, P. M. (2013). The added value of eye-tracking in diagnosing dyscalculia: a case study. *Frontiers in Psychology*, 4(679). doi: 10.3389/fpsyg.2013.00679
- Von Aster, M. G., & Shalev, R. S. (2007). Number development and developmental dyscalculia. *Developmental Medicine and Child Neurology*, 49, 868–873. doi:10.1111/j.1469-8749.2007.00868.x
- Xenidou-Dervou, I., De Smedt, B., van der Schoot, M., & van Lieshout, E. C. (2013). Individual differences in kindergarten math achievement: The integrative roles of approximation skills and working memory. *Learning and Individual Differences*, 28, 119-129. doi: 10.1016/j.lindif.2013.09.012

Contact address: Estíbaliz Aragón Mendizábal, Universidad de Cádiz, Facultad de Ciencias de la Educación, Departamento de Psicología. Avenida República Saharaui, s/n. CP. 11.510, Puerto Real- Cádiz. E-mail: estivaliz.aragon@uca.es