El constructo “conciencia numérica”. Su importancia en la detección y prevención de las dificultades de aprendizaje de las matemáticas

Manuel Aguilar, José I. Navarro, Concepción Alcalde y Esperanza Marchena

Universidad de Cádiz. Facultad de Ciencias de la Educación. Campus Universitario de Puerto Real. Polígono Río San Pedro, 11510 Puerto Real, Cádiz. Tlfno. (956) 016218. Fax (956) 016419. E-mail: manuel.aguilar@uca.es, jose.navarro@uca.es, concepción.alcalde@uca.es, esperanza.marchena@uca.es

(Recibido Diciembre 2006; aceptado Enero 2006).
Biblid (0214-137X (2005) 21; 55-77)

Resumen:
El estudio de la detección temprana de las dificultades de aprendizaje de las matemáticas es un objetivo prioritario de la investigación educativa para intentar que ningún niño o niña se quede atrás en sus aprendizajes. Diversos estudios convergen en la idea de que el constructo “conciencia numérica”, de forma análoga al de conciencia fonológica en el caso de la lectura, puede ser una herramienta importante para avanzar en este campo. En este artículo documentamos la conceptualización, el origen y desarrollo de este constructo, así como los instrumentos de evaluación e intervención del mismo. Asimismo, se plantean los problemas que su desarrollo está produciendo en el ámbito de la educación y las implicaciones prácticas que de él se derivan.

Palabras claves: Conciencia numérica; Dificultades de aprendizaje de las matemáticas; Matemática temprana; Test de evaluación matemática temprana; Programas de intervención.

Summary
The study of early detection of difficulties in learning Mathematics, to avoid children’s school problems, is one of the priorities of educational research. Many studies share the idea that the construct of “numerical awareness”, in the same way as the phonological awareness in the case of reading, may be an important tool to make progress in this field. In this essay we document the conceptualization, origin and development of this construct, as well as its assessment and intervention tools. We also deal with the problems its development is causing in the field of education as well as with the practical implications deriving from it.

Key words: Numerical awareness, difficulties in learning Mathematics, Early Mathematics, Early Mathematics Education test.

Résumé
L'étude de la détection précoce des difficultés de l'apprentissage des mathématiques est l'un des objectifs prioritaires de la recherche éducative, afin qu'aucun enfant ne reste en arrière dans son apprentissage. Plusieurs études affirment que le construit « conscience numérique », de même que la conscience phonologique dans le cas de la lecture, peut-être un outil important pour avancer dans ce domaine. Dans cet article, nous analysons le concept, l'origine et le développement de ce construit, ainsi que ses instruments d'évaluation et d'intervention. Nous posons également les problèmes que son développement produit dans le monde de l'éducation et ses implications pratiques.
Mots-clé: Conscience numérique ; Difficultés de l'apprentissage des mathématiques ; Mathématique précoce ; Test d'évaluation mathématique précoce ; Programmes d'intervention.

Introducción

La investigación sobre el aprendizaje de las matemáticas y sus dificultades ha sido menor que la dedicada a la lectura, sobre todo en los años iniciales (Geary, Hamson y Hoard, 2000; Ginsburg, 1997; Lefevre, 2000; Sylva y Harry, 1995). Además, la transición entre las capacidades numéricas en preescolar (e.g., el conteo) y escolar (e.g., la aritmética) ha recibido menos atención en los estudios realizados. Una de las posibles razones de esta situación es que la alfabetización ha sido tradicionalmente más importante que la capacidad de cálculo. Así, padres, maestros e investigadores en educación se preocupan menos de lo segundo que de lo primero. Posiblemente, esta infravaloración del estudio matemático temprano tenga que ver con la perspectiva piagetiana según la cual las capacidades cuantitativas de los niños antes de los seis o siete años son rudimentarias y ofrecen poco interés (Geary, 1994). Sin embargo, hay otras razones para explicar estas diferencias entre lectura y desarrollo matemático. Una vez dominada la decodificación, parece que el aprendizaje de la lectura acarrea numerosos corolarios cuantitativos (más vocabulario, mayor desarrollo de la gramática) y cambios cualitativos (mejores estrategias de comprensión). Sin embargo, los corolarios numéricos con frecuencia remiten a categorías conceptuales totalmente nuevas (e.g., el cálculo integral y la geometría) que se basan en conocimientos que tienen la misma base (como la aritmética) pero que son disciplinas distintas. Por consiguiente, el aprendizaje de la lectura después de los ocho o nueve años podría caracterizarse por el deseo de aprender siempre más, mientras que el aprendizaje de las matemáticas presenta numerosas aristas y competencias específicas distintas. Tener buenos resultados en geometría no está forzosamente ligado a los resultados obtenidos en álgebra, por ejemplo. Estas cuestiones relacionadas con el aprendizaje de las matemáticas pueden explicar en parte por qué la investigación en este dominio ha tenido menos preferencia que la del aprendizaje de la lectura. El domino matemático parece más diversificado, tiene más contenidos y los conceptos se presentan de forma más fragmentada.

Por otra parte, estudios realizados en distintas culturas sobre la prevalencia de las dificultades de las matemáticas (Badian, 1983; Bzufka, Hein y Neumarker, 2000; Gross-Tsur, Manor, y Shaley, 1996; Lewis, Hitch y Walter,1994) indican que entre el 4 y el 7 por 100 de la población escolar presenta alguna forma de dificultades de aprendizaje de las matemáticas (DAM). Al menos cinco problemas limitan las investigaciones disponibles sobre este tópico: (1) la mayoría de las investigaciones se centran en las combinaciones numéricas (e.g. 5+3=?) y el cálculo simple, ignorando otras formas de dificultades matemáticas. (2) Dado que no hay prevención, es posible que esto incremente la estimación del número de alumnos con DAM. (3) No es homogénea la definición de DAM utilizada en los diferentes estudios. (4) No se especifica generalmente el grado de severidad de las DAM; y (5) Los métodos para definir las DAM están en continuo cambio, siendo actualmente predominante los orientados al método de detección a través de respuesta-a-la-intervención (Fuchs, Compton, Fuchs, Paulsen, Bryant y Hamlett, 2005; Fuchs y Fuchs, 2006). Por eso no es muy apropiado centrarse en las tasas de dificultades, sino en el hecho de que hay niños con dificultades de aprendizaje de las matemáticas y más concretamente que presentan algunas dificultades específicas.

Una de las características de las dificultades de aprendizaje de las matemáticas (DAM) es que puede presentarse a lo largo de toda la escolaridad y manifestarse en distintas áreas como el aprendizaje de las combinaciones básicas para realizar las cuatro operaciones, la aplicación de los conocimientos adquiridos a la resolución de problemas o en las destrezas y habilidades preliminares, como el conteo o la seriación (Van de Rijt y Van Luit, 1998). Otros estudios ponen de manifiesto que las dificultades tempranas en aritmética persisten en la vida adulta y conllevan actitudes negativas hacia todo lo que podríamos denominar alfabetización numérica (ALBSU, 1987; Cockcroft, 1982; Cornelius 1992). Estos hallazgos señalan la importancia de una intervención temprana sobre las DAM y de ello dan cuenta algunos estudios en los que se muestra que las diferencias entre los niños (con DAM y sin DAM) se incrementan con los años de escolaridad (Aubrey, 1993; Wright, 1991, 1994; Young-Loveridge, 1989, 1991) si no se realiza una intervención que palie o elimine las diferencias.

Parece pertinente, pues, plantearse la importancia de contar con algún instrumento con el que podamos detectar tempranamente al alumnado con dificultades de aprendizaje de las matemáticas. En lo que sigue queremos presentar un constructo cuya operacionalización permitiría contar con ese instrumento y en el que grupos de investigadores de disciplinas como la psicología básica y del desarrollo, la educación matemática y la educación especial llevan algunos años tratando de conceptualizar, operativizar, explicar, evaluar, y estudiar sus repercusiones en el aprendizaje posterior. Nos referimos a la conciencia numérica o sentido numérico.

Conceptualización de la conciencia numérica o sentido numérico

Desde hace más de veinte años se vienen realizando estudios de investigación que coinciden en demostrar la importancia que tiene el conocimiento metalingüístico y, dentro de éste, el desarrollo de la conciencia fonológica en el proceso de acceso, identificación y lectura de las palabras escritas, así como en sus dificultades. La importancia de las habilidades metalingüísticas y, en concreto, la capacidad de representación fonológica o de segmentación lingüística se justifica por la propia naturaleza alfabética de nuestro sistema de escritura, tal y como nos señala Alegría (2006). En el campo de las matemáticas está emergiendo un constructo semejante al de conciencia fonológica, es el de ”*conciencia numérica o sentido numérico*“. Ha sido un grupo de investigadores provenientes del campo de la psicología cognitiva del desarrollo quien se ha interesado por este constructo de “sentido numérico” (Bereiter y Scardamalia, 1981; Dehaene, 1997; Greeno, 1991; Okamoto y Case, 1996). Como constructo emergente no existe acuerdo sobre su conceptualización y operacionalización. Desafortunadamente, como mencionan Gersten, Jordan y Flojo (2005), no hay dos investigadores que definan el sentido numérico de la misma forma. Intentemos un acercamiento a su conceptualización y operacionalización.

El sentido numérico se refiere a la fluidez y flexibilidad que los niños pueden desarrollar con los números - o fallar en ello-, entender su significado y todo lo relacionado con ellos (Berch, 1998). Aunque es un constructo que está en los inicios de su desarrollo Gersten y Chard (1999) citando a Case (1998) lo describen así: “*El sentido numérico es difícil de definir pero fácil de reconocer. Los estudiantes con buen sentido numérico pueden avanzar sin obstáculos entre las expresiones verbales de las cantidades y sus expresiones numéricas. Pueden inventar sus propios procedimientos para realizar operaciones con números. Pueden representar el mismo número de múltiples formas dependiendo del contexto y del propósito de esta representación. Pueden evaluar números y patrones de números: especialmente lo que deriva del conocimiento profundo del sistema de numeración. Tienen un buen sentido numérico de la magnitud y pueden reconocer grandes errores numéricos, esto es, errores que están fuera en el orden de magnitudes. Finalmente, pueden pensar o encontrar de una manera lógica las soluciones de problemas numéricos o expresiones numéricas- sin precisar ningún cálculo*” (p. 1).

Kalchman, Mos y Case (2001) precisan las características de un buen sentido numérico, éste incluye: “*(a) fluidez en la estimación y juicio de magnitudes, (b) habilidad para reconocer resultados erróneos, (c) flexibilidad en el cálculo mental, (d) habilidad para moverse entre distintas representaciones y para usar la representación más apropiada*” (p. 1).

Con algunos ejemplos podemos ilustrar a qué nos referimos con el “*sentido numérico*”. Bruer (1997) subraya que los niños de 3 y 4 años pueden comparar dos números pequeños por tamaño y determinar cuál es más grande y cuál es más pequeño. También muestra la variedad de respuestas que los niños dan a tareas matemáticas; por ejemplo, un niño de 5 años puede conocer que 9 es 2 más que 7, mientras que otro niño sólo conoce que 9 es mayor que 7, y otro compañero puede que ni siquiera conozca que 9 y 7 son cifras que representan cantidades. La forma de manifestar este conocimiento también es variada, así, un niño puede conocer estas diferencias contando con los dedos, otro usando bloques o fichas; otro, simplemente lo tiene ya almacenado en su memoria a largo plazo y lo recupera inmediatamente sin apoyo material. En un estudio realizado por Aguilar, Ramiro y López (2002) encontramos que una mayoría de los niños de 5 años evaluados (98 alumnos y alumnas) al final del primer trimestre de 3º de Educación Infantil conocen cómo sumar y restar 1 y 2 a pequeñas cantidades (más del 70% de la muestra), o que más de la mitad de los niños y niñas evaluados conoce los dobles de los cinco primeros numerales (1 a 5). Resultados similares los encontraron Case, Harris y Graham (1992) y Griffin, Case y Siegler (1994). Los estudios de estos autores resaltaron la importancia del nivel socioeconómico en sentido numérico. Al inicio del preescolar ya se encuentran diferencias en la discriminación de cantidades, al preguntar a los niños “*¿qué número es mayor 4 ó 5?*” los resultados diferían en función del nivel socioeconómico. Los de nivel alto daban la respuesta correcta en el 96% de los casos, contrastando con solo un 18% de respuestas correctas en los de bajo nivel. Esta escasez de conocimiento puede ser explicada por una falta de instrucción explícita en casa. Basándose en observaciones realizadas en los hogares concluyeron que estos déficit son debidos a una falta de experiencias de los niños con los adultos y con los hermanos que podría facilitar la asociación entre cantidad y cifra y que, a su vez, permite el desarrollo del sentido numérico. Este hallazgo es similar a la relación entre desarrollo de la conciencia fonológica y status socioeconómico que está bien documentado por Adams (1990). Asimismo esto resalta la importancia de una instrucción diferenciada de las matemáticas en la edad preescolar, como más adelante veremos.

Veamos otros ejemplos ajustados a contenidos más avanzados; por ejemplo, recordar y conocer que cuando un número se multiplica por 5 acabará en 0, o en 5; que al multiplicar 6 X 8 , el resultado tiene que ser más que 6 X 6, o que 7 X 9 tiene que ser menos que 70 (que es 7 X 10), reconocer pronto que 3 X 4 es lo mismo que 4 X 3 y que por tanto vale la misma respuesta (aunque aquí la propiedad conmutativa es relativa, no es lo mismo 4 niños con 3 lápices que 3 niños con 4 lápices), etc. McIntosh (1996), sugiere que un problema como 5/12 + 3/7 puede ser resuelto con el algoritmo convencional, hallando el denominador común, o por reconocimiento de que cada fracción es algo menos que 1. La primera aproximación puede ser hecha de forma memorística aplicando un procedimiento algorítmico, la segunda forma requiere alguna comprensión del significado de los números y de sus relaciones entre ellos; esto es, el sentido numérico. Otro buen ejemplo del sentido numérico y su flexibilidad nos lo proporcionan Li y Silver (2000). Sugieren que la instrucción meramente algorítmica de las operaciones básicas puede ser un obstáculo para resolver situaciones problemáticas. Propusieron, entre otras tareas, un problema de los denominado división con resto. El problema fue el siguiente: “*Mary tiene 22 cintas de video. Quiere comprar algunas cajas para guardarlas. En cada caja caben 5 cintas. ¿Cuántas cajas tiene que comprar Mary para guardar todas las cintas?*”. Una mayoría de niños de tercero de Educación Primaria que no conocen el algoritmo de la división resuelven bien el problema, algo que no ocurre en los niños que ya han sido instruidos en el procedimiento algorítmico. En un trabajo similar, Aguilar, Alcalde y Ramiro (2002) con alumnado de segundo y tercero de Educación Primaria que no ha sido iniciado en el algoritmo de la división, encontraron que los alumnos de tercero cometían mayor número de errores que los de segundo en problemas de división con resto tan sencillos como éste: ”*En un coche pueden viajar cuatro niños, ¿Cuántos coches necesitamos para llevar a cinco niños?*”. En definitiva, conseguir unos buenos procedimientos de cálculo algorítmico (como ya han desarrollado los niños y niñas de tercero) no garantiza la adquisición del sentido numérico.

El investigador ya citado, Berch (2005) realiza una detallada recopilación de la literatura publicada sobre este constructo llegando a realizar un listado de hasta treinta componentes del sentido numérico. En su recopilación afirma que el sentido numérico está constituido por aspectos que tienen que ver con conciencia, intuición, reconocimiento, conocimiento, destreza, habilidad, deseo, tacto, expectativa, proceso, estructura conceptual, o recta numérica mental. Poseer sentido numérico permite, aparentemente, adquirir y entender el significado de los números y desarrollar estrategias para resolver problemas complejos; hacer una comparación simple de magnitudes e inventar procedimientos para resolver operaciones aritméticas; y reconocer errores numéricos y usar métodos para comunicar, procesar e interpretar información.

Señalemos, por último, un intento de identificar los rasgos o características de la conciencia numérica. Okamoto (2000, citado en Kalchman et al., 2001) realizó un análisis factorial con los resultados en matemáticas de alumnado de preescolar con el fin de encontrar los factores componentes del sentido numérico. Encontró dos factores principales que explican la habilidad matemática en preescolar. El primer factor se relaciona con el “*conteo*”, un indicador clave del dominio de la secuencia verbal o del uso de los dedos; el segundo la “*discriminación de cantidades*” (e.g., dime qué es más ¿5 o 3?). Parece como si estos dos factores no estuvieran, en principio, relacionados. Por ejemplo, Okamoto y Case (1996) encontraron que algunos estudiantes que cuentan hasta 5 sin cometer errores no tenían ni idea de qué número era mayor, 4 o 5. Concluyen que en preescolar los dos factores del sentido numérico no se encuentran bien relacionados. Implícito en este argumento estaría que estos dos factores son precursores de otros componentes del sentido numérico, por ejemplo la estimación y la habilidad para moverse en distintos sistemas representacionales del número. Estas habilidades son desarrolladas cuando los estudiantes aumentan el dominio del conteo, y alcanzaan estrategias de cálculo más sofisticadas.

Psicología del desarrollo y “sentido numérico”

La psicología del desarrollo ha proporcionado algunos elementos fundamentales para explicar el origen y desarrollo del “*sentido numérico*” ya que desde muy temprano en la vida se dispondría de cierto sentido numérico. Los bebés ya cuentan con unos conocimientos matemáticos informales (Canfield y Smith, 1996; Saxe, 1991; Starkey, 1992; Wynn, 1996). Estas capacidades fundamentales están implícitas y son un tanto elementales. Por ejemplo, pueden ver que “*hay más aquí que allí”* o que “*esto tiene la misma cantidad que aquello”*. Se dan cuenta de que agregar hace que haya más y que quitar hace que haya menos. Wynn (1992) realizó unos experimentos ingeniosos en los que mostró que bebés de 4 meses y medio mostraban sorpresa al observar que se añade un ratón de juguete (Mickey) a otro que ha estado presente y, al levantarse una pantalla que lo ocultaba, aparece un solo ratón en lugar de dos

(Figura 1). La misma sorpresa se produce en los niños al retirar uno de los ratones y al levantar la pantalla siguen apareciendo dos. Según esta autora, la sorpresa que manifiesta el niño indica que la situación de cambio producido viola sus expectativas de solución correcta. A pesar de que sus juicios son toscos y sólo funcionan con cantidades pequeñas de objetos, parece ser que sus razonamientos son genuinamente cuantitativos. En la Tabla 1 se presentan los principales hitos del desarrollo matemático temprano (Butterworth, 2005; Varol y Farran, 2006).

Figura 1. Muestra de los estímulos usados por Wynn en sus experimentos sobre razonamiento cuantitativo en bebés (Wynn, 1992).

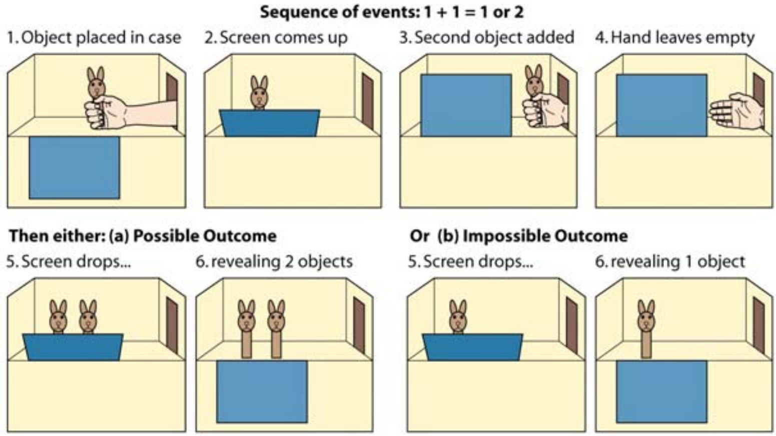


Tabla 1. Principales logros del desarrollo numérico temprano

Edad	**Destreza**
0;0	Puede discriminar pequeñas numerosidades (Antell y Keating, 1983)
0;4	Puede sumar y restar uno (Wynn, 1992)
0;11	Discrimina aumentos y disminuciones en pequeñas numerosidades (Brannon, 2002)
2;0	Empieza a aprender la secuencia de números contando verbalmente (Fuson, 1992)
2;6	Reconoce qué palabra-número significa más que uno (Wynn, 1990).
3;0	Cuenta uno a uno un pequeño número de objetos (Wynn, 1990
3;6	Puede añadir y quitar uno con pequeños objetos y con palabras (Starkey y Gelman, 1982); puede usar el principio cardinal para establecer la numerosidad de un conjunto (Gelman y Gallistel, 1978)
4:0	Puede usar los dedos para ayudarse a sumar (Fuson y Kwon, 1992)
5;0	Puede sumar pequeños números sin empezar a contar uno de los sumandos (Starkey y Gelman, 1982). Puede sumar hasta 5 sin contar (Hunting, 2003)
5;6	Entiende la propiedad conmutativa de la suma y cuenta para sumar desde el sumando mayor (Carpenter y Moser, 1982); puede contar correctamente hasta 40 (Fuson, 1988)
6;0	Conservación del número (Piaget, 1952)
6;6	Entiende la complementariedad de la suma y la resta (Bryant et al., 1999); puede contar correctamente hasta 80 (Fuson, 1988)
7;0	Recupera algunas combinaciones numéricas de su memoria

También desde la psicología del desarrollo se establece una diferenciación en términos de destrezas generales y específicas del sentido numérico. Case y sus colaboradores (Griffin y Case, 1997; Okamoto y Case, 1996) plantean el desarrollo de una "*estructura central conceptual*" para los números. Ésta sería una estructura cognitiva que le permite al niño comprender el mundo de la cantidad y de los números de una manera más sofisticada, hasta llegar a adquirir nuevos conocimientos en este dominio, y resolver un amplio rango de problemas. Esta estructura conceptual se desarrollaría a lo largo de dos estadios durante la infancia. Uno sería el período predimensional, adquirido sobre los 4 años, en este período los niños tienen dos esquemas matemáticos que van por separado: el *esquema global de cantidad* que permite responder a preguntas sobre "*más*" y "*menos*", y el *esquema inicial de "conteo"* que le permite enumerar el número de objetos que hay en un conjunto. Un componente importante de esta estructura conceptual es la línea o recta numérica mental, que emerge alrededor de los 6 años (e.g. ya en el período unidimensional) en el que los dos esquemas anteriores están unidos o mezclados. Para estos investigadores, la línea numérica mental consiste en el conocimiento de la escritura de los numerales, conocimiento de las etiquetas verbales de los números, la habilidad de señalar los objetos cuando se cuentan o enumeran y el conocimiento del cardinal de un conjunto. Dentro de la estructura central conceptual del número en cada estadio de desarrollo existiría una relación recíproca entre las destrezas generales (e.g. la categorización usada en situaciones de conteo) y las específicas (e.g. el conocimiento de las etiquetas verbales o palabras de los números (Case, 1996). El desarrollo del sentido numérico sería una combinación del progreso en las destrezas generales y específicas. En este proceso, el aprendizaje asociativo y conceptual se alimenta uno a otro de una manera dinámica. Cuando un niño aprende una destreza específica, como la habilidad para comparar la numerosidad de dos conjuntos, áquella tiene un impacto en la destreza general de comparación de magnitudes.

Al igual que sucede con la conciencia fonológica, el sentido numérico o conciencia numérica no es una simple posesión sino que se compone de una serie de destrezas que el niño va adquiriendo y desarrollando (Bruer, 1997; Ginsburg, 1997; Griffin, Case y Siegler, 1994, Lock, 1996; Markovits y Sowder, 1988). Un aspecto crucial es que a este desarrollo contribuye de forma importante las interacciones que el niño establece con su medio social y familiar (Gersten y Chard, 1999; Ginsburg, 1997; Griffin, Case y Siegler, 1994). El sentido numérico comenzaría a partir de determinadas capacidades biológicas y se desarrollaría, al principio, a través de interacciones sociales con adultos y con otros niños en las actividades de juego (Ginsburg, 1997). Las actividades informales son una buena vía para el desarrollo del sentido numérico de la misma forma que las interacciones del lenguaje natural pueden ayudar a desarrollar en el niño las destrezas verbales, como el vocabulario o la conciencia fonológica. Estas actividades informales proporcionan un conocimiento y uso del número en distintos contextos: el número de años que cumple (contexto de medida), los números de los pisos cuando sube en el ascensor (contexto ordinal), los escalones que cuenta con los padres al subir y bajar la escalera (secuencia de conteo), los kilos que pesa (contexto de medida), el número de la camiseta de su jugador favorito (el número como etiqueta), etc. Unos niños pueden haber adquirido un buen sentido numérico de manera informal y otros no y por tanto necesitan una instrucción formal. En definitiva, como señala Pérez-Echeverría (2005), el sentido numérico y el conocimiento matemático es el resultado de una serie de procesos a partir de unas representaciones elementales biológicamente predispuestas, que posibilitan la participación en prácticas culturales que implican el número y el aprendizaje de herramientas culturales específicas, lo que a su vez hace posible el aprendizaje y comprensión de sistemas matemáticos más formales.

Instrumentos para la evaluación del sentido numérico

¿Existe algún instrumento para evaluar el sentido numérico? Aquí también las diferencias con respecto a la conciencia fonológica siguen siendo excesivas. Ya disponemos de variados tests y pruebas para evaluar el conocimiento fonológico (Jiménez y Ortiz, 1998; Ramos y Cuadrado, 2006). Pero muy pocas con respecto al sentido numérico. Uno de los estudios que han servido como validación del constructo es el de Baker, Gersten, Flojo, Katz, Chard, y Clarke (2002). Es un estudio realizado con el objetivo de implementar medidas de detección de niños con dificultades de aprendizaje de las matemáticas. Una batería de medidas le fue administrada a más de 200 niños y niñas de preescolar. Unas medidas eran variables típicamente matemáticas (dictado de números, comparación de magnitudes,…) y otras no (segmentación fonémica, fluidez en la denominación de letras y rapidez en la denominación de colores y dibujos). Los datos de estas medidas fueron correlacionados con medidas estandarizadas de rendimiento matemático un año más tarde (al terminar primero de Educación Primaria). En la Tabla 2 se muestran algunos de los ítemes que fueron aplicados a los 200 participantes (Okamoto y Case, 1996).

Tabla 2

- Te voy a mostrar cómo cuento estas galletas ; ¿puedes contar éstas que están aquí?.
- Aquí hay algunos círculos y triángulos. Cuenta solo los triángluos y dime cuántos hay.
- ¿Cuánto es 8 menos 6?
- Si tienes 4 chocolatinas y alguien te da 3 más, ¿cuántas chocolatinas tienes si las juntas todas?.
- ¿Qué número es mayor 69 o 71?
- ¿Qué número es más pequeño 27 o 32?
Otras medidas
- Amplitud de dígitos: el niño repite una serie de números en orden directo e inverso.
- Comparación de magnitudes: se presentan verbalmente o visualmente cuatro números y el niño elige el mayor.
- Dictado de números: se le dictan varios números y el niño los escribe.
- Número desaparecido: el alumno nombra un número desaparecido en una secuencia entre 0 y 20.
- Identificación de números: el niño identifica los números presentados por escrito entre 0 y 20.
- Discriminación de la cantidad: se le da dos números escritos, el niño identifica cuál es el mayor.

Las medidas anteriores se correlacionaron con tests de conocimiento numérico y de rendimiento (SAT: Stanford Achievement Test). Todas las medidas tuvieron valor predictivo con los tests de rendimiento. Como era de esperar las medidas de variables matemáticas predecían mejor que las que no tenían relación con las matemáticas (segmentación fonémica, que es una medida de conciencia fonológica, fluidez en la denominación de letras, y habilidad para nombrar colores y dibujos). En particular, la comparación de magnitudes y la de amplitud de dígitos en orden inverso parecen muy prometedoras para incluirlas en una batería de screening para alumnado con dificultades de aprendizaje. Otros estudios parecen confirmar que hay tres medidas que son bastante prometedoras para predecir el rendimiento matemático posterior. Éstas son: (a) discriminación de la cantidad o comparación de magnitudes; (b) identificación del número (cifra) desaparecido en un secuencia oral, que es una medida del conocimiento del conteo; y (c) alguna medida de la identificación de números (cifras). También aparecen con alto valor predictivo: la memoria de trabajo y la rapidez en la denominación (Clarke y Shinn’s, 2004; Chard et al., en prensa). Aunque en otras investigaciones se ha evidenciado que la rapidez en la recuperación de las combinaciones numéricas básicas es un correlato crítico de la eficiencia en matemáticas (Orrantia, 2005), los datos de estos estudios sugieren que, por ejemplo, la velocidad con que los estudiantes pueden identificar qué número es mayor de los dos que se le proporcionan, o contar hacia atrás desde un número dado, serían variables importantes a medir para detectar dificultades de aprendizaje.

Nuestro grupo de investigación ha diseñado y elaborado una prueba para evaluar el conocimiento matemático temprano que recoge algunos de los componentes del sentido numérico (Aguilar, Navarro y Cazorla, 2002). Se compone de una serie de subtests que evalúan: 1. Niveles de conteo verbal hacia adelante y hacia atrás, 2. Niveles de identificación de numerales, 3. Niveles de aritmética temprana y 4. Niveles de desarrollo de las estrategias de cálculo con decenas. En cada uno de los subtests se establece una serie de estadios progresivos. El rango de aplicación de esta prueba es de los 4 a los 7-8 años, aunque puede aplicarse a niños y niñas mayores que presenten dificultades de aprendizaje.

Otra prueba que nuestro grupo está tipificando en España es el Test de Evaluación Matemática Temprana de Utrech (TEMTU) (Van de Rijt, Van Luit y Pennings, 1999). Es una prueba de papel y lápiz dirigida a evaluar el nivel de competencia matemática temprana, alguno de cuyos componentes tendría relación con el sentido numérico. En su origen fue desarrollado para grupos de edad de 4 a 7 años (2º y 3º de Educación Infantil, y 1º de Educación Primaria).

El test consta de tres versiones paralelas (A, B y C) de 40 ítems cada una de ellas. El TEMTU se compone de 8 subtest y cada uno de ellos es evaluado a través de cinco ítemes. Los ocho componentes del test reúnen tareas relacionadas con las operaciones piagetianas y tareas relacionadas con el conteo.

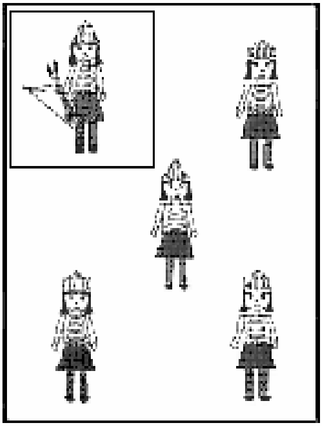
El TEMTU se aplica individualmente. De esta forma el evaluador puede tener una medida del desarrollo del sentido numérico del alumno/a. Comparando la ejecución de un niño con otros de su grupo normativo se puede determinar el nivel de competencia matemática temprana. Los componentes de la prueba son los siguientes.

1. Conceptos de comparación. Este aspecto se refiere al uso de conceptos de comparación entre dos situaciones no equivalentes relacionados con el cardinal, el ordinal y la medida. Son conceptos usados con frecuencia en las matemáticas: el más grande, el más pequeño, el que tiene más, el que tiene menos, etc. Un ejemplo de ítem de este subtest es:
"*Aquí ves unos indios. Señala el indio que tiene menos plumas que éste que tiene su arco y sus flechas*" (figura 2). Gelman y Baillargeon (1983) mostraron que los niños de cuatro años son capaces de usar estos conceptos.

2. Clasificación. Se refiere al agrupamiento de objetos basándose en una o más características. Un ejemplo de ítem es: "*Mira estos cuadrados. ¿Puedes señalar el que tiene cinco bloques pero ningún triángulo?*". Con la tarea de clasificación se pretende conocer si los niños, basándose en la semejanza y en las diferencias, pueden distinguir entre objetos y grupos de ellos.

3. Correspondencia uno a uno. Este subtest evalúa el principio de correspondencia uno a uno. El niño debe ser capaz de establecer esta correspondencia entre diferentes objetos que son presentados simultáneamente. Una muestra de este subtest es el ítem 12: el evaluador le da al niño 15 cubos y le presenta un dibujo que representa las caras de dos dados con el patrón de puntos de 5 y 6. "*Yo he lanzado dos dados y he conseguido estos puntos. ¿Puedes darme la misma cantidad de cubos?*".

Figura 2. Ítem del TEMTU



4. Seriación. La seriación es ordenar una serie de objetos discretos según un rango determinado. Se trata de averiguar si los niños son capaces de reconocer una serie de objetos ordenados. Los términos usados en esta tarea son: ordenadas de mayor a menor, del más delgado al más grueso, de la más pequeña a la más grande. Ejemplo: "*Aquí ves unos cuadrados que tienen unos palitos. Señala el cuadrado donde los palitos están ordenados del más delgado al más grueso*".

5. Conteo verbal (uso de la secuencia numérica oral). En este subtest se evalúa la secuencia numérica oral hasta el 20. La secuencia puede ser expresada contando hacia adelante, hacia atrás y relacionándola con el aspecto cardinal y ordinal del número. Ejemplo: "*Cuenta desde el 9 hasta el 15*".

6. Conteo estructurado. Este aspecto se refiere a contar un conjunto de objetos que son presentados con una disposición ordenada o desordenada. Los niños pueden señalar con el dedo los objetos que cuentan. Se trata de averiguar si son capaces de mostrar coordinación entre contar y señalar. Ejemplo: El evaluador pone sobre la mesa un total de 20 bloques de forma desorganizada. El niño es requerido a que cuente todos los bloques. Se le permite señalar o tocar los bloques con los dedos o mover los bloques contados de un sitio a otro.

7. Resultado del conteo (sin señalar). El niño tiene que contar cantidades que son presentadas como colecciones estructuradas o no estructuradas y no se le permite señalar o apuntar con los dedos los objetos que tiene que contar. Un ejemplo es: Se le presenta al niño 15 cubos en tres filas de cinco cubos cada una con un espacio entre ellos y se le pregunta: "*¿Cuántos cubos hay aquí?*".

8. Conocimiento general de los números. Se refiere a la aplicación de la numeración a las situaciones de la vida diaria que son presentadas en formas de dibujo. Un ejemplo es: "*Tú* *tienes 9 canicas. Pierdes 3 canicas. ¿Cuántas canicas te quedan? Señala el cuadrado que tiene el número correcto de canicas*".

Cada acierto se puntúa con 1 y los errores con 0. La puntuación directa máxima que puede obtenerse es de 40. Los cuatro subtest primeros (Relacionales: ítems 1 a 20) evalúan habilidades de tipo piagetiano y los cuatro últimos (Conteo: ítems 21 a 40) estiman las habilidades numéricas de naturaleza más cognitiva.

Hemos aplicado esta prueba en una muestra de 350 niños y niñas de 5 años y los resultados señalan una gran variabilidad en el conocimiento numérico entre los participantes. El margen de puntuaciones oscila entre un mínimo de 2 aciertos y un máximo de 39 (recordemos que el máximo que puede obtenerse en el test es 40). Asimismo es destacable altos porcentajes de aciertos en algunos ítems de conteo; por ejemplo, el 56% de la muestra es capaz de recitar la secuencia numérica hasta el 20; el 40% resue*lve bien el siguiente problema: "Tienes 9 canicas. Pierdes 3, ¿cuántas canicas te quedan*?. En general, los resultados de la aplicación del TEMTU verifican la importancia del conteo y su adquisición en el desarrollo del sentido numérico.

Una última referencia a otra prueba, aún sin publicar su validación, desarrollada por Blanco y Bermejo (2006) para aplicar a alumnado de Educación Infantil y con Necesidades Educativas Especiales. Los componentes de la prueba son: 1. Numeración y relaciones numéricas: Cuantificadores o esquemas proto-cuantitativos, subitización, conteo, ordenar números, escritura y lectura de números y descomposición. 2. Cálculo: algoritmos, cálculo mental y estrategias de cálculo. 3. Problemas. Un último apartado está dedicado al análisis de los tipos de errores (en la competencia conceptual, en la competencia procedimental y errores en la ejecución).

¿Puede enseñarse la conciencia numérica?

Si, como hemos visto antes, las dificultades de aprendizaje de las matemáticas pueden encontrarse en diferentes edades y en distintos dominios matemáticos, la intervención tiene que ser desarrollada en distintas edades y momentos de la escolaridad. Algunos estudios han mostrado que las dificultades aparecen ya de forma temprana (Schopman y Van Luit, 1996). Durante la Educación Infantil y los primeros cursos los niños empiezan a desarrollar la conciencia numérica, que luego se extiende a lo largo de toda la escolaridad. En líneas generales, la intervención se asienta sobre varios dominios específicos del conocimiento matemático en el alumnado con DAM. Se inicia con la intervención sobre las destrezas preparatorias básicas para la aritmética. En segundo lugar, el aprendizaje de las cuatro operaciones básicas y del cálculo mental que juega un papel importante en las destrezas matemáticas posteriores; y por último, ya que el dominio del cálculo en las cuatro operaciones básicas no es suficiente, se requiere la aplicación de las destrezas adquiridas a la solución de problemas aritméticos verbales y no verbales. En definitiva, se establecen tres categorías de intervención: 1. Preparación para la aritmética; 2. Automatización de las combinaciones básicas y las cuatro operaciones, y 3. Estrategias de resolución de problemas.

Se ha constatado que, al igual que ocurre con la conciencia fonológica, las diferencias en el sentido numérico pueden llegar a desaparecer con la aplicación de programas instruccionales adecuados. Griffin y Case (1996) y Griffin, Case y Siegler, (1994); Griffin, Case y Capodilupo, (1995) crearon un programa llamado "*Rightstart*" en el que a lo largo de 30 sesiones los alumnos aprenden una serie de juegos numéricos desarrollados a través de "*la recta* *numérica*”. Por ejemplo, en uno de los juegos los niños tiran un dado y el que obtiene el número mayor mueve su ficha a través de un recta numérica trazada en un tablero. El primero que llegue al final de la recta gana. Estos juegos desarrollan habilidades relacionadas con la conciencia numérica, habilidades como comparar la magnitud de dos números, contar hacia adelante y hacia atrás en la recta numérica y realizar una conversión de cada uno de los números en objetos cuando se cuenta (Figura 3). Cuando aplicaron este programa a alumnado de primero de primaria de bajo nivel socioeconómico, los resultados fueron muy positivos. El 87% del grupo tratado demostró una mejora en las habilidades de numeración y en otros procedimientos aritméticos. En el grupo control la mejora sólo afectó al 25 % de los participantes. Griffin y Case (1996) consideran que este sencillo procedimiento puede aumentar el sentido numérico de los niños de ambientes más desfavorecidos.

Figura 3. El juego de la recta numérica (Griffin y Case, 1996).

El juego de la recta numérica

1	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**	**10**	**11**

El programa Rightstart consiste en una serie de 30 juegos diseñados para desarrollar la estructura conceptual implicada en la utilización de la recta numérica mental. Cada juego permite que se apliquen múltiples niveles de comprensión, de manera que niños con diferentes conocimientos y ritmos de aprendizaje aprenden algo en cada actividad. Cada juego está diseñado para ser motivador tanto afectiva como cognitivamente y cada uno incluye interacción física, social y verbal.

El juego de la recta numérica es un juego de mesa que se juega en pequeños grupos; cada niño recibe una recta numérica codificada con color. Después de tirar los dados, el niño calcula la cantidad y pide al banquero que le dé esa cantidad de fichas para contar. Después las fichas se colocan en secuencia sobre la recta numérica al mismo tiempo que se cuenta en voz alta. A continuación mueve otra pieza sobre las fichas que tiene que contar (y cuenta otra vez) y la deja sobre la última ficha. Cuando los niños se sienten cómodos con este nivel de juego (es decir, cuando ya pueden contar bien, cuantificar conjuntos, igualar conjuntos con números), se les pide que elaboren juicios sobre quién está más cerca de la meta, y cómo lo saben. Se introducen cartas que requieren que la posición en la recta numérica aumente o disminuya en uno.

Los otros 29 juegos son diferentes al juego de la recta numérica, pero también proporcionan oportunidades para que los niños consoliden la misma estructura de conocimiento. Más de 50% de los juegos son cooperativos en vez de competitivos.

Las oportunidades o necesidades de explicar una evaluación cuantitativa están integradas en muchos de los juegos y se detallan en el manual del maestro en forma de preguntas que se deben hacer a los estudiantes mientras juegan.

Programas instruccionales de este tipo que incluyen el desarrollo del sentido numérico permiten una reducción significativa del fracaso en matemáticas. Sin embargo, hay algunas cuestiones que precisan ser aclaradas; se sabe que realizar actividades numéricas con actividades simultáneas de aprendizaje de automatización de las combinaciones numéricas básicas son factores claves para reducir las dificultades en matemáticas (Gersten y Chard, 1999). Esta idea es contraria a la propuesta por Pellegrino y Goldman (1987) que sugieren un aprendizaje secuencial y progresivo de estas destrezas. Es también probable que algunos estudiantes, que alcancen un buen dominio en las combinaciones numéricas básicas y luego son enseñados con los algoritmos tradicionales de cálculo, nunca desarrollen un buen sentido numérico, como ocurre con niños y niñas con necesidades educativas especiales, que a pesar de la instrucción en conciencia fonológica y un trabajo repetido en fluidez lectora y exactitud, fallan al desarrollar una buena conciencia fonémica o no desarrollan un objetivo claro y el placer por la lectura.

En otro estudio, Siegler y Stern (1998) mostraron cómo los estudiantes pueden desarrollar estrategias eficientes para resolver problemas relacionados con sentencias numéricas. Observaron, por ejemplo, que los niños aprenden a resolver lo que ellos denominan problemas de inversión (A + B - B = A). En otras palabras, observaron cómo los estudiantes infieren este principio después de realizar un rango de problemas, como"*¿Cuánto es 6 + 3 menos 3?,)Cuánto es 4 más 8 menos 4?*". La selección de los ejemplos que se presentan a los niños parece ser un factor clave para incrementar el aprendizaje de este principio. Estos investigadores notaron que la velocidad y precisión en el cálculo así como el aprendizaje conceptual influyeron en el desarrollo de la eficacia en el uso de estrategias de resolución de problemas. Argumentan que la instrucción en matemáticas debe tener en cuenta todas estas facetas.

Un programa eficaz de intervención fue desarrollado por Ginsburg, Balfanz y Greenes (1999). El programa denominado *Big Math for Little Kids*. Al igual que el programa *Rightstart*, introduce juegos de matemáticas y actividades en el currículum de preescolar en alumnado con desventaja. Mientras el programa de *Rightstart* acentúa las habilidades específicas que parecen ser importantes en el desarrollo del número, el programa *Big Math* subraya la importancia de plantear situaciones en las que el niño trabaje con una variedad de conceptos matemáticos importantes, no necesariamente solo con la numeración. Parte de la base de que en el desarrollo de los programas diseñados se refleja una visión de la educación matemática temprana limitada a contar (conteo), identificar formas, y a alguna medida simple de comparación. En los programas en los que se introducen ideas más sofisticadas, lo hacen con frecuencia fugazmente y no reconocidas. Por consiguiente, la meta del programa *Big Math* es ayudar a los niños a explorar "*grandes*" ideas matemáticas y por amplios períodos de tiempo. Incluye actividades diseñadas para hacerlas individualmente, en pequeño grupo y para toda la clase. Estas son los seis contenidos básicos que debe contener el currículum: 1. Número. Uso de números y sus distintas formas y representaciones. 2. Forma. 3. Medida. 4. Operando con números. 5. Patrones y lógica. 6. Navegación y conceptos espaciales.

El programa incluye una amplia variedad de juegos, historias o cuentos y dibujos. Por ejemplo, una de las tareas implica una línea simétrica que se le presenta a los niños con dibujos de medias caras, y se les pide que completen las caras. Alguna tarea espacial incluye juegos como la "*búsqueda del tesoro*" en el que los niños tienen que alcanzar y localizar un objeto a través de pistas sobre su posición relativa en relación a otros objetos. Una de las actividades numéricas incluye escuchar una historia, "*Muchos cincos*", en el que los niños representan el número cinco a través de palabras en diferentes lenguajes, el numeral escrito con cifras y varios tipos de cuentas o configuraciones de puntos. Los niños son alentados a que piensen en una amplia variedad de de formas de representar otros números.

Los resultados de este programa son prometedores, y sugieren que los niños pequeños pueden abordar mejor las matemáticas y sus desafíos, y podrían ir más allá del simple conteo memorístico, que el enfoque tradicional ha sugerido. Los autores también sugieren, de las observaciones realizadas, que los niños mejoran en la frecuencia y uso del lenguaje matemático, sus explicaciones son más robustas y profundas, este fenómeno es más interesante en el caso de los niños que no tienen el inglés como lengua nativa.

El desarrollo del sentido numérico también ha sido puesto de manifiesto en niños con necesidades educativas especiales (NEE) asociadas a discapacidad intelectual. En Holanda, Van Luit y Schopman (2000) llevaron a cabo un estudio en el que examinaron los efectos de un programa de intervención con 124 niños de 5 a 7 años, que asistían al preescolar y que tenían necesidades educativas especiales. No tenían impedimento de tipo sensorial o motor, ni dificultades de aprendizaje severas. Casi todos tenían déficit de lenguaje y/o problemas de conducta. Todos tenían una puntuación por debajo del 25% en el Utrecht Test for Number Sense (Van Luit, Van de Rijt y Pennings, 1999), descrito anteriormente, en su grupo de edad. Sesenta y dos de los niños recibieron la intervención, los otros sesenta y dos sirvieron de grupo control y seguían el currículum normal de sus escuelas. El programa de intervención fue el *Early Numeracy Programme*, (Van Luit y Schopman, 2000) diseñado para niños y niñas con necesidades educativas especiales, con énfasis en el aprender a contar. Consiste en 20 lecciones con instrucciones completas y los materiales pertinentes para su desarrollo. El propósito del programa es apoyar a los niños y niñas en el aprendizaje del conteo para que de este modo les resulte fácil la transición al aprendizaje matemático en primero de Educación Primaria. El programa comprende los números del 1 al 15, que son representados de varias maneras progresando desde las formas concretas (conjunto de objetos) a través de formas semiconcretas (por ejemplo, tarjetas con dibujos de bananas) hasta las abstractas (numerales o cifras), y marcas de conteo. Se hizo especial énfasis en patrones de 5, y fueron representados con 5 cuentas o marcas con una elipse. El número de actividades hacia referencia a juegos que implicaban a la familia, celebraciones e ir de compras. Los niños tenían dos sesiones de media hora por semana en grupos de tres y durante seis meses. Al final de la intervención, el grupo entrenado tuvo mejores resultados que el grupo control en las actividades que formaban parte del programa, pero desafortunadamente no hubo transferencia a un conocimiento superior de tareas de numeración similares aunque no idénticas.

Los autores sugieren que este fallo en la generalización puede ser explicado en términos de metacognición, con lo que se están refiriendo a sentido numérico. Para realizar transferencias, los niños tienen que ser requeridos a extender y/o modificar las estrategias enseñadas durante la intervención. A pesar de la variedad de problemas presentados, el programa falla al transferir el conocimiento de cuándo y cómo las estrategias pueden ser aplicadas a otras situaciones. La sugerencia es que la transferencia de estrategias de aprendizaje debe ser entrenada de forma más explícita.

Rosie Roberts (2001) ha desarrollado un programa denominado *Preschool Early Education Partnership (PEEP)*. Este programa se ha aplicado en un área de la ciudad de Oxford (Inglaterra) socioeconómicamente desaventajado. Implica el trabajo con los padres desde el nacimiento de los niños hasta que van a la escuela. Ofrece materiales, sesiones de grupo y visitas a casa de los padres. Se centra en que los padres y sus hijos hablen, canten y jueguen juntos, y vean libros y otros materiales similares con sus hijos. El aspecto central de este programa es la preparación para la lectura; pero las actividades de numeración están también incorporadas. Implican juegos de conteo; animan a los padres a discutir de números con sus hijos en el contexto de actividades prácticas como cuando van de compras o preparan la comida, y también a discutir de números en el medio en el que viven, como el número de la casa o el número del autobús, los números en el ascensor, etc. Los resultados han ido en la línea de lo esperado.

El software "Jugando con Números"

El software "Jugando con los Números", (Navarro, Ruiz, Alcalde, Aguilar y Marchena, 2005) es un programa destinado al desarrollo de habilidades de pensamiento matemático. Las actividades del software se agrupan en cuatro programas para el aprendizaje de conceptos relacionados con la adquisición del número y la habilidad de contar.

Está dirigido especialmente a los alumnos escolarizados en el segundo ciclo de Educación Infantil y primer ciclo de Primaria. De forma intuitiva, ayudado por iconos claros, el niño puede pasar de un programa a otro con gran facilidad, sin una excesiva ayuda del adulto.

Los programas permiten la opción de guardar en una base de datos los resultados del alumno en cada sesión de trabajo y el orden de presentación de las actividades se realiza de forma aleatoria. "Jugando con números" se inicia con una pantalla de presentación que permite acceder a los diferentes programas: "Aprendiendo a Contar", "Cadena de Números", "Calcular" y "Comenúmeros".

"Aprendiendo a contar" se compone de 5 actividades de conteo que permiten iniciar al alumno en el aprendizaje de la secuencia numérica; mediante actividades dirigidas a diferenciar entre los objetos contados y no contados. Se compone de cuatro subprogramas, cada uno de ellos presenta diferentes niveles de complejidad que se manifiestan en la igual o desigualdad al número que se solicita contar, que el ordenador vaya o no nombrando los números de la secuencia solicitada cuando tocan uno de los objetos, que aparezca en pantalla el número correspondiente al contado o los objetos aparecen ordenador o desordenados. La dificultad entre los distintos niveles se manifiesta cuando el objeto contado desaparece, se modifica o no cambia.

Después de que el alumno pulse la palanca roja, indicando que ha terminado la tarea solicitada, si la respuesta es correcta, aparece una pantalla de refuerzo, mientras el ordenador presenta fuegos artificiales con sonido. Por el contrario, cuando no es correcta, el ordenador produce una ayuda donde le indica cuál debería haber sido su respuesta correcta.

El feedback se adapta al tipo de error cometido: Si se pasa o no llega al número solicitado y pulsa la palanca roja nos indica el error y el número en el que debería haberse parado. Si el alumno cuenta dos veces el mismo objeto, el programa interrumpe el conteo, indica el error de repetición y el número al que debería haber llegado contando. Las actividades posteriores se llevan a cabo con el mismo procedimiento, con el único cambio del modelo presentado aleatoriamente y la orden relacionada con el número de objetos que componen la secuencia numérica.

"Cadena de números". Este programa consolida en el alumno el aprendizaje de la secuencia numérica, mediante actividades dirigidas a la adquisición del recuento hacia delante y hacia atrás, empezando a partir de un número predeterminado menor que diez. Progresivamente este inicio podrá ser desde las decenas. Asimismo, estas actividades permitirán, no sólo la adquisición de la secuencia numérica, sino la posibilidad de descubrir, mediante operaciones, cuantos números hay entre ambos números solicitados. Presenta dos subprogramas con nueve niveles de complejidad: En los cuatro primeros niveles (N1, N2, N3, N4) su actividad se centra en contar hacia delante, los cuatro siguientes (N5, N6, N7, N8) su actividad se centra en contar hacia atrás. El último nivel (N9), solicita el número de casillas que hay entre los dos números indicados, hacia delante o hacia atrás.

Después de que el alumno pulse el botón rojo, en cualquiera de los niveles, si la respuesta es correcta, aparece una pantalla de refuerzo, mientras el ordenador emite aplausos producidos por los marcianillos. Por el contrario, cuando no es correcta, el ordenador produce una ayuda adaptada al error cometido de la siguiente manera:

- Cuando el error consiste en no llegar al número solicitado, el programa indica el tipo de error y cuál hubiera sido la respuesta correcta.
- Cuando el error consiste en pasarse del número solicitado, el programa interrumpe el conteo, indica el tipo de error y la respuesta correcta.

En el nivel N9 el ordenador le pide que sitúe el marcianillo en una determinada casilla, cuando ha realizado la orden correctamente de dice que cuente las casillas que hay hasta una determinada y que la solución la dé marcando el número en la calculadora o en el teclado.

"Calcular". Con este programa pretendemos desarrollar en el alumno el concepto del valor de cardinalidad de los números a través de actividades prácticas. Mediante la presentación de diferentes tareas, el alumno descubrirá que sólo el último número del proceso de recuento representa el valor o cantidad de objetos del conjunto concreto contado. El programa se compone de cinco prácticas, que de manera aleatoria solicitan al alumno que indique cuantos objetos hay, pudiendo oscilar el número desde uno hasta veinte.

En cada una de las actividades el ordenador pide que cuente cuantos objetos aparecen en la pantalla y que lo indique en la calculadora que aparece a la derecha de la pantalla.

Si el alumno no da la respuesta correcta, le dice que no está bien y le indica la respuesta correcta.

"Comenúmeros". Con el programa pretendemos desarrollar en el alumno la discriminación gráfica de los números, así como la asociación con su respectiva etiqueta a través de actividades prácticas. Al finalizar el programa aparece una pantalla de resultados donde se designan los siguientes datos: el número de aciertos, el número de errores, el número de errores intermedios y una puntuación final.

Algunas cuestiones pendientes

Aunque es evidente que la analogía ”*conciencia fonológica-conciencia numérica*” está lejos de tener una perfecta concordancia, puede ser útil para adentrarse en un mayor conocimiento y profundización del desarrollo matemático y sus dificultades. Un ejemplo de las diferencias entre los dos constructos es que el aprendizaje inicial de la lectura es claramente dependiente del procesamiento fonológico en general (no solo la conciencia fonológica), mientras que el desarrollo de las habilidades matemáticas lo es en menor medida, como ha quedado de manifiesto en algunos estudios (Hecht, Torgesen, Wagner y Rashotte, 2001; Solsona, 2003; Solsona, Navarro y Aguilar, 2006). Estos estudios intentan encontrar cuál es la contribución común de los componentes del procesamiento fonológico a las habilidades en lectura y matemáticas.

Una de las cuestiones claves en la investigación de este constructo es avanzar en la definición operacional de la "conciencia numérica" que llegue a poner de acuerdo a los investigadores de este campo. Para ello, podemos establecer algunas cuestiones y preguntas que la futura investigación deberá contestar:

- ¿Cuáles son los componentes más significativos de la conciencia numérica?. Si describimos estos componentes, ¿cuáles son de adquisición más temprana y cuáles más tardíos?, ¿tienen todos el mismo nivel de dificultad en su adquisición y desarrollo?.
- Aunque algunos aspectos de la conciencia numérica se podrían adquirir espontáneamente y a través de la interacción con los adultos, ¿cuáles son los elementos relevantes o que más contribuyen a su desarrollo?.
- ¿Tienen los niños y niñas con dificultades de aprendizaje de las matemáticas problemas con la conciencia numérica?.
- El desarrollo de la conciencia numérica a través de la enseñanza, la estimulación o el entrenamiento ¿favorecerá el aprendizaje de las matemáticas?. Aquí es posible argumentar que el desarrollo temprano del sentido numérico debe ser enseñado. Pensemos en el documentado "Efecto San Mateo" (Stanovich, 1986) en relación con la lectura. Este efecto señala que las diferencias individuales a comienzos del aprendizaje de la lectura no se mitigan sino que tienden a acentuarse con la escolaridad. Recuérdese la parábola evangélica de los talentos, los ricos se hacen cada vez más ricos y los pobres más pobres. El que un niño posea un buen sentido numérico permitiría acceder a otros conocimientos matemáticos de orden superior más fácilmente que aquél que no lo posea.
- La habilidad de los niños de educación infantil en conciencia numérica, ¿correlaciona más tarde con el aprendizaje de contenidos y destrezas matemáticas (recuperación de las combinaciones numéricas básicas, destrezas de cálculo, resolución de problemas, etc.)?.

Conclusión

Nuestro era introducir y realizar un análisis sobre la naturaleza, orígenes, evaluación e implicaciones pedagógicas de diferentes concepciones de la "*conciencia numérica*" o "*sentido numérico*". Aunque son múltiples las definiciones y puntos de vista teóricos sobre este constructo que todavía permanece sin ser definido de una manera clara y operativa, parece prometedor para la detección temprana de alumnado con dificultades de aprendizaje de las matemáticas y para el diseño de programas de intervención eficaces. Esperamos que nuevos trabajos añadan y definan de una manera más operativa el "*sentido numérico*" permitiendo medidas válidas de screening y de detección temprana de dificultades. Para conseguir esta meta es necesario comprender en profundidad las destrezas específicas implicadas, las estrategias que los niños desarrollan, evaluar la capacidad de predicción de estas destrezas sobre el rendimiento matemático del alumnado en los primeros años de escolaridad. Posiblemente, esta comprensión nos ayude a refinar y a desarrollar las medidas para una identificación temprana y permita diseñar e implementar programas efectivos de intervención temprana, al igual que ocurre actualmente con la conciencia fonológica. Estamos seguros que los esfuerzos que se hagan permitirán conseguir estos objetivos. Ese es el reto para los próximos años.

Referencias

Adams, M. J. (1990). *Begining to read: Thinking and learning about print*. Cambridge, MA: MIT Press.

Aguilar, M., Alcalde, C. & Ramiro, P. (2002). *Algoritmos y problemas de división con resto en una muestra de niños y niñas de 2º y 3º de Educación Primaria*. Trabajo de investigación no publicado. Departamento de Psicología de la Universidad de Cádiz.

Aguilar, M., Navarro, J. I. & Cazorla, J. (2002). Propuesta para la evaluación del conocimiento numérico temprano como instrumento de prevención de las dificultades aritméticas. *X Jornadas Andaluzas de Enseñanza-Aprendizaje de las Matemáticas*. El Ejido (Almería). Septiembre de 2002.

Aguilar, M., Ramiro, P. & López, J. M. (2002). Conocimiento numérico en una muestra de niños y niñas de cinco años. *II Congreso Internacional de Educación Infantil*. Granada, Marzo de 2002.

ALBSU (1992). *Literacy, numeracy and adults: evidence from the National Child Development Study*. London: Adult Literacy and Basic Skills Unit.

Alegría, J. (2006). Por un enfoque psicolingüístico del aprendizaje de la lectura y sus dificultades 20 años después. *Infancia y Aprendizaje*, 29, (1), 93-111.

Antell, S.E., & Keating, D.P. (1983). Perception of numerical invariance in neonates. *Child Development*, 54, 695–701.

Aubrey, C. (1993). An investigation of the mathematical knowledge and competencies which children bring into school. *British Educational Research Journal*, 19, (1), 27-41.

Badian, N. A. (1983). Dyscalculia and nonverbal disorders of learning. In H. R. Myklebust (Ed.), *Progress* (pp. 235–264).New York: Grune & Stratton.

Baker, S., Gersten, R., Flojo, J., Katz, R., Chard, D., & Clarke, B. (2002). *Preventing mathematics difficulties in young children: Focus on effective screening of early number sense delays* (Tech. Rep. No. 0305). Eugene, OR: Pacific Institutes for Research.

Berch, D. B. (1998). Mathematical cognition: From numerical thinking to mathematics education. *Conferencia presentada al National Institute of Child Health and Human Development*. Bethesda, MD..

Berch, D. B. (2005). Making Sense of Number Sense: Implications for Children With Mathematical Disabilities. Journal *of Learning Disabilities*, 38, (4), 333-339.

Bereiter, C., & Scardamalia, M. (1981). From conversation to composition: The role of instruction in a developmental process. In R. Glaser (Ed.), *Advances in instructional psychology* (Vol. 2, pp. 132–165). Hillsdale, NJ: Erlbaum.

Blanco, M. y Bermejo, V. (2006). *La evaluación de las matemáticas en educación infantil. Un enfoque constructivista*. Comunicación presentada al 1º Congreso Internacional Lógico-Matemática en Educación Infantil. Madrid: 28-30 de Abril de 2006. .

Brannon, E.M. (2002). The development of ordinal numerical knowledge in infancy. *Cognition*, 83, 223–240.

Bruer, J. T. (1997). Education and the brain: A bridge too far. *Educational Researcher*, 26, (8), 4-16.

Bryant, P., Christie, C., & Rendu, A. (1999). Children's understanding of the relation between addition and subtraction: Inversion, identity, and decomposition. *Journal of Experimental Child Psychology*, 74, 194– 212.

Butterworth, B. (2005). The development of arithmetical abilities. *Journal of Child Psychology and Psychiatry*, 46 (1), 3-18.

Bzufka, M.W., Hein, J. & Neumarker, K.J. (2000). Neuropsychological differentiation of subnormal arithmetic abilities in children. *Europaean Child and Adolescent Psychiatry*, *9*, 65-76.

Canfield, R. L. & E. G. Smith (1996). Number-bases expectations and sequential enumeration by 5-month-old infants. *Developmental Psychology*, 32:269-279.

Carpenter, T.P., & Moser, J.M. (1982). The development of addition and subtraction problem solving skills. In T.P. Carpenter, J.M. Moser & T.A. Romberg (Eds.), *Addition and subtraction: A cognitive perspective* (vol. LEA, pp. 9–24). Hillsdale, NJ: LEA.

Case, L. P., Harris, K. R., & Graham, S. (1992). Improving the mathematical problem-solving skills of students with learning disabilities: Self-regulated strategy development. *The Journal of Special Education, 26*, 1–19.

Case, R. (1996). Reconceptualizing the nature of children's conceptual structures and their development in middle childhood, in R. Case & Y. Okamoto (Eds) The role of central conceptual structures in the development of children's thought. *Monographs of the Society for Research in Child Development*, 61(1–2), 1–26.

Chard, D., Clarke, B., Baker, B., Otterstedt, J., Braun, D., & Katz, R. (in press). Using measures of number sense to screen for difficulties in mathematics: Preliminary findings. *Assessment Issues in Special Education*.

Clarke, B., & Shinn, M. (2004). A preliminary investigation into the identification and development of early mathematics curriculum-based measurement. *School Psychology Review, 33*, 234–248.

Cockcroft, W.H. (1982). *Mathematics counts*. London: HMSO.

Cornelius, M. (1992). *The numeracy needs of graduates in employment. University of Durham*. Unpublished manuscript.

Dehaene, S. (1997). *The number sense: How the mind creates mathematics*. New York: Oxford University Press.

Fuchs, D., & Fuchs, L.S. (2006). Introduction to responsiveness-to-intervention: What, why, and how valid is it?. *Reading Research Quarterly, 41,* 92-99.

Fuchs, L.S., Compton, D.L., Fuchs, D., Paulsen, K., Bryant, J.D., & Hamlett, C.L. (2005). The prevention, identification, and cognitive determinants of math difficulty. *Journal of Educational Psychology, 97,* 493-513.

Fuson, K.C. (1988). *Children's counting and concepts of number*. New York: Springer Verlag.

Fuson, K.C. (1992). Relationships between counting and cardinality from age 2 to 8. In J. Bideaud, C. Meljac, & J.P. Fisher (Eds.), *Pathways to number children's developing numerical abilities*. Hillsdale, NJ: LEA.

Fuson, K.C., & Kwon, Y. (1992). Learning addition and subtraction: Effects of number words and other cultural tools. In J. Bideaud, C. Meljac, & J.P. Fisher (Eds.), *Pathways to number children's developing numerical abilities*. Hillsdale, NJ: LEA.

Geary, D. C. (1994). *Children's mathematical development*. Washington, DC: APA.

Geary, D. C., Hamson, C. O., & Hoard, M. K. (2000). Numerical and arithmetical cognition: A longitudinal study of process and concept deficitsin children with learning disability. *Journal of Experimental Child Psychology,* 77, 236B263.

Gelman, R., & Gallistel, C.R. (1978). *The child's understanding of number*. Cambridge, MA: Harvard University Press.

Gersten, R., & Chard, D. (1999). Number sense: Rethinking arithmetic instruction for students with mathematical disabilities. *Journal of Special Education*, 33, (1), 18-28.

Gersten, R., Jordan, N. C. & Flojo, J. R. (2005). Early Identification and Interventions for Students With Mathematics Difficulties. *Journal of Learning Disabilities*, 38, 4, 293-304

Ginsburg, H. P. (1997). Mathematics learning disabilities: A view from developmental psychology. *Journal of Learning Disabilities*, 30, (1),20-33.

Ginsburg, H.P., Balfanz, R. & Greenes, C. (1999). Challenging mathematics for young children. In A. Costa (ed.) *Teaching for Intelligence, II: A Collection of Articles*, Arlington Heights, Il: Skylight.

Goldman, S. R. (1989). Strategy instruction in mathematics. *Learning Disability Quarterly*, 12, 43-55.

Greeno, J. (1991). Number sense as situated knowing in a conceptual domain. *Journal for Research in Mathematics Education, 22*, 170–218.

Griffin, S. A. & Case, R. (1996). Evaluating the breadth and depth of training effects when central conceptual structures are taught. En R. Case & Okamoto (Eds.). *The role of central structures in the development of children’s thought* (pp. 83-102). Monographs of the Society for Research in Child Development, 61, serial, 246, 1-2.

Griffin, S. A., Case, R., & Capodilupo, S. (1995). Teaching for understanding. The importance of ventral conceptual structures in the elementary school mathematics curriculum. En A. McKeough, J. Lupart & A. Marini (Eds.). *Teaching for transfer: Fostering generalization in learning*. Hillsdale, NJ: Erlbaum.

Griffin, S. A., Case, R., & Siegler, R. S. (1994). Rightstart: Providing the central conceptual prerequisites for formal learning of arithmetic to students at risk for school failure. In K. McGilly (Ed.), *Classroom lessons: Integrating cognitive theory and classroom practice* (pp. 25-49). Cambridge, MA: MIT Press.

Griffin, S., & Case, R. (1997). Re-thinking the primary school math curriculum: An approach based on cognitive science. *Issue in Education, 3*(1), 1–49.

Gross-Tsur, V., Manor, O. & Shalev, R. S. (1996). Developmental dyscalculia: Prevalence and demographic features. *Developmental Medicine and Child Neurology*. 37, 906-914.

Hecht, S. A., Torgesen, J. K., Wagner, R. K. & Rashotte, C. (2001). The Relations between Phonological Processing Abilities and Emerging Individual Diferences in Mathematical Computation Skills: A longitudinal Study from Second to Fifth Grades. *Journal of Experimental Child Psychology*, 79, 192-227.

Hunting, R. P. (2003). Part-whole number knowledge in preschool children. *Journal of Mathematical Behavior*, 22, 217-235.

Jiménez, J. E. & Ortiz, M. R. (1998). Entrenamiento en conciencia fonológica. En Jiménez & Ortiz. *Conciencia fonológica y aprendizaje de la lectura. Teoría, evaluación e intervención*. Madrid: Síntesis.

Kalchman, M., Moss, J., & Case, R. (2001). Psychological models for the development of mathematical understanding: Rational numbers and functions. In S. Carver & D. Klahr (Eds.), *Cognition and instruction* (pp. 1–38). Mahwah, NJ: Erlbaum.

Lefevre, J. A. (2000). Recherche sur l’acquisition de capacités scolaires : Introduction au numéro spécial sur l’apprentissage précoce de la lecture et du calcul. *Revue Canadienne de Psychologie Expérimentale*, 54, 2, 61-64

Lewis, C., Hitch, G. J., & Walker, P. (1994). The prevalence of specific arithmetic difficulties and specific reading difficulties in 9- to 10-yearold boys and girls. *Journal of Child Psychology and Psychiatry, 35,* 283–292.

Li, &. & Silver, E. A. (2000). Can younger students succeed where older students fail? An examination of third grader=s solution of a division-with-remainder (DWR) problem. *Journal of Mathematical Behavior*, 19, 233-246.

Lock, R. H. (1996). Adapting mathematics instruction in the general education classroom for students with mathematics disabilities. *LD Forum*, 21, (2), 19B23.

Markovits, Z. & Sowder, J. (1988). Mental computation and number sense. *Proceedings of the Annual Meeting: North American Chapter of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*. Dekalb, IL: Northern Illinois University.

McIntosh, A. (1996). Number sense: Making connections. Paper presented at the *33rd Annual Conference of the Mathematical Association of Victoria*. Melbourne, Australia.

Mercer, C. D. (1997). *Students with learning disabilities*. Upper Saddle River, NJ: Merrill Prentice Hall.

Okamoto, Y., & Case, R. (1996). Exploring the microstructure of children's central conceptual structures in the domain of number. *Monographs of the Society for Research in Child Development, 61*, 27–59.

Orrantia, J. (2005). Diferencias individuales en aritmética cognitiva. Influencia de los procesos de recuperación de hechos numéricos. *Cognitiva*, 17 (1), 71-84

Pellegrino, J. W. & Godman, S. R. (1987). Information processing and elementary mathematics. *Journal of Learning Disabilities*, 20, 23-32, 57.

Pérez-Echeverría, M. P. & Scheuer, N. (2005). Desde el sentido numérico al número con sentido. *Infancia y Aprendizaje*, 28, (4), 393-407.

Piaget, J. (1952). *The child's conception of number*. London: Routledge & Kegan Paul.

Potter, M.C. & Levy, E.I. (1968). Spatial enumeration without counting. *Child Development*, 39, 265–272.

Ramos, J. L. & Cuadrado, I. (2006). *Prueba para le evaluación del conocimiento fonológico*. Madrid: EOS.

Rivera, D. P. (1997). Mathematics education and students with learning disabilities: Introduction to the special series. *Journal of Learning Disabilities*, 30, 2B19.

Roberts, R. (2001). *Peep Voices: A Five-Year Diary. Supporting Early Learning at Home*. Oxford: PEEP.

Rourke, B. P. & Del Dotto, J. (1994). *Learning disabilities: A neuropsychological perspective*. Thousna Oaks, CA: Sage Publications.

Schopman, E. A. M., & Van Luit, J. E. H. (1996). Learning and transfer of preparatory arithmetic strategies among young children with a developmental lag. *Journal of Cognitive Education*, 5, 117B131.

Siegler, R. & Stern, E. (1998). Conscious and unconscious strategy discoveries: A microgenetic analysis. *Journal of Experimental Psychology. General*, 127, 377-397.

Solsona, J. (2003). *La atención mental en el aprendizaje de la lengua escrita*. Tesis doctoral no publicada. Departamento de Psicología. Universidad de Cádiz.

Solsona, J., Navarro, J. I. & Aguilar, M. (2006). Conocimiento lógico-matemático y conciencia fonológica en educación infantil. *Revista de Educación.* 341, 131-142.1

Stanovich, K. E. (1986). Matthew effects in reading: some consequences of individual differences in the acquisition of literacy. *Reading Research Quarterly,* 4, 360-407.

Starkey, P. (1992).The early development of numerical reasoning. *Cognition*, 43:93-126.

Starkey, P., & Gelman, R. (1982). The development of addition and subtraction abilities prior to formal schooling in arithmetic. In T.P. Carpenter, J.M. Moser & T.A. Romberg (Eds.), *Addition and subtraction: A cognitive perspective* (pp. 99–116). Hillsdale, NJ: LEA.

Sylva, K. & Hurry, J. (1995). *Early intervention in children with reading difficulties*. London: School Curriculum and Assessment Authority Discussion Papers, No. 2

Van de Rijt, B. A. M., & Van Luit, J. E. H. (1998). Effectiveness of the Additional Early Mathematics program for teaching children early mathematics. *Instructional Science*, 26, 337B358

Van de Rijt, B. A. M., Van Luit, J. E. H. & Pennings, A. H. (1999). The construction of the Utrecht Early Mathematical Competence Scales. *Educational and Psychological Measurements*, 59, 289-309.

Van Luit, , J. E. H. (2000) Improving Early Numeracy of Young Children with Special Educational Needs. *Remedial & Special Education*, 21, (1), 27- 40

Van Luit, J. E. H. & Schopman, E. A. M. (2000). Improving early numeracy of young children with special educational needs. *Remedial and Special Education*, 21(1), 27-40.

Varol, F. & Farran, D. C. (2006). Early Mathematical Growth: How to Support Young Children's Mathematical Development. *Early Childhood Education Journal*, 33, 6, 381-387

Wright, R. J. (1991). What number knowledge is possessed by children entering the kindergarten year of school?. *Mathematics Education Research Journal*, 3, (1), 1-16.

Wright, R. J. (1994). A study of the numerical development of 5-year-olds and 6-year-olds. *Educational Studies in Mathematics*, 26, 25-44.

Wynn, K. (1990). Children's understanding of counting. *Cognition*, 36, 155–193.

Wynn, K. (1992). Addition and subtraction by human infants. *Nature*, 358, 749–51.

Wynn, K. (1996). Infant's individuation and enumeration of actions. *Psychological Science*, 7,164-169.

Young-Loveridge, J. (1989). The development of children's number concepts: the first year of school. *New Zeland Journal of Educational Studies*, 24(1), 47-64.

Young-Loveridge, J. (1991). *The Development of Children's Number Concepts from Ages Five to Nine*. Hamilton, NZ: University of Waikato.